МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
МІЖНАРОДНИЙ ЕКОНОМІКО-ГУМАНІТАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ АКАДЕМІКА
СТЕПАНА ДЕМ'ЯНЧУКА

Р.М.ЛІТНАРОВИЧ

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ КОРУПЦІЇ І ІНФЛЯЦІЇ НА КУПІВЕЛЬНУ СПРОМОЖНФСТЬ ГРОМАДЯН УКРАЇНИ

Рівне, 2011

Літнарович Руслан Миколайович
кандидат технічних наук, доцент

УДК 51-7:519.87
Літнарович Р.М.Дослідження впливу корупції і інфляції на купівельну спроможність громадян України, МЕГУ, Рівне, 2011.-114 с.
Litnarovich R. M. Research of influence of corruption and inflation is on purchasing power of citizens of Ukraine. IEGU, Rivne, 2011.-114 p.

Рецензенти: В.Г.Бурачек, доктор технічних наук, професор
Є.С. Парняков, доктор технічних наук, професор
В.О.Боровий , доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск: Й.В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор

. Вперше представлений функціональний зв'язок між купівельною спроможністю громадян і середньою заробітною платою в державі з врахуванням корупції і інфляції на даний момент.

На основі офіційних статистичних даних будується математична модель для перевірки теоретичних досліджень.
Ключові слова: купівельна спроможність, заробітна плата, корупція, інфляція.
Впервые представлена функциональная связь между покупательной способностью граждан и средней заработной платой в государстве с учетом коррупции и инфляции на данный момент.

На основе официальных статистических данных строится математическая модель для проверки теоретических исследований.
Ключевые слова: покупательная способность, заработная плата, коррупция, инфляция

Functional connection is first presented between purchasing power of citizens and middle pay-envelope in the state taking into account a corruption and inflation now.

On the basis of official statistical information a mathematical model is built for verification of theoretical researches.
Keywords: purchasing power, pay-envelope, corruption, inflation

ЗМІСТ **Стор.**

ПЕРЕДМОВА

Вперше представлений функціональний зв'язок між купівельною спроможністю громадян і середньою заробітною платою в державі з врахуванням корупції і інфляції на даний момент.

На основі офіційних статистичних даних будується математична модель для перевірки теоретичних досліджень.

Вперше встановлено поняття корупції 1 роду КК1 як відношення купівельної спроможності урядовців і депутатів до купівельної спроможності населення.

На основі Фундаментального Закону Всесвіту – закону рівноваги і гармонії в застосуванні до забезпечення життєдіяльності людини встановлена формула розрахунку заробітної плати громадянина як добуток середньої заробітної плати в країні на коефіцієнт духовності і коефіцієнт інтенсивності праці і ризику.

. В першому наближенні коефіцієнт духовності представлений як коефіцієнт інтелекту (коефіцієнт розумової праці), а коефіцієнт інтенсивності праці і ризику представлений як коефіцієнт фізичної праці.

Безперечний інтерес представляє дослідження динаміки росту корупції в Україні, як одного із факторів різкого пониження рівня національної безпеки держави.

Згідно з індексом сприйняття корупції, розрахованим міжнародною антикорупційною організацією «Transparency International», Україна посідає 146 позицію зі 187.

Монографія має на меті формування у магістрантів державного мислення, забезпечуючи, в першу чергу, інтереси народу і національної безпеки держави.

Для магістрантів ВНЗ, буде корисна державотворцям і депутатам.

Розділ 1. Теоретичні дослідження. Встановлення закону впливу корупції і інфляції на купівельну спроможність громадян

1.1. Встановлення закону впливу корупції і інфляції на купівельну спроможність громадян у випадку представлення зростання індексу корупції від 0 до 10

За визначенням «Советского энциклопедического словаря **Коррупция** [11, - с.633] (от лат. corruptio – подкуп) **,** преступление , заключающееся в прямом использовании должностным лицом прав, связанных с его должностью, в целях личного обогащения. Коррупция характерна для буржуазного государства и общества (подкуп чиновников и общественно-политических деятелей, дача взяток и т. д.)

Инфляция [11, - с.498] (от лат. inflatio – вздутие), присущее капиталистической экономике переполнение сферы обращения бумажными деньгами вследствие чрезмерного (по сравнению с потребностями в действительных деньгах – золоте) выпуска их. Инфляция может быть и результатом сокращения товарной массы в обращении при неизменном количестве, выпущенных бумажных денег. Выражается в обесценивании последних по отношению к золоту, сопровождается ростом цен и падением реальной заработной платы. В период общего кризиса капитализма с отменой золотого стандарта инфляция приняла всеобщий , затяжной и хронический характер. В современных условиях проявляется в повышении рыночной цены золота, стоимости жизни , введении «плавающих» курсов валют, росте цен. Инфляция является, также средством перераспределения национального дохода в пользу класса капиталистов и дальнейшего его обогащения.»

Встановимо формулу залежності купівельної спроможності громадян КСП від середньої заробітної плати СЗП, індексу інфляції І І і і індексу корупції ІК

$$КСП = \frac{СЗП}{I\,К}\cdot\frac{1}{II}. \qquad (1.1)$$

При цьому, індекс інфляції виражається у частинах, тобто, якщо інфляція в аналізуємому році була рівною 110% , то індекс інфляції буде рівним 1,1. Якщо інфляція відсутня, то коефіцієнт інфляції ІІ=1.

Якщо індекс корупції дорівнює нулю (в країні відсутня корупція), то, формула (1.1) набуває вигляду

$$КСП = \frac{СЗП}{I\,I}. \qquad (1.2)$$

При цьому індекс інфляції розраховується за формулою

$$II = \frac{СЗП}{КСП}. \qquad (1.3)$$

Нехай, середня заробітна плата зросла у 2 рази при незмінній купівельній спроможності, тоді

$$II = \frac{2\cdot СЗП}{КСП} = 2\cdot\frac{СЗП}{КСП}. \qquad (1.4)$$

Тобто, індекс інфляції зросте у 2 рази при фіксованій пенсії в непрацюючих пенсіонерів, адже пенсіонерам пенсія не перераховувалась при зростанні заробітної плати в державі.

Нехай, в країні буде відсутня інфляція , тобто $II = 1$ і індекс корупції , також відсутній і, дорівнює нулю $IK = 0$. Тоді купівельна спроможність населення КСП буде

$$\text{КСП} = \frac{\text{СЗП}}{1} = СЗП. \qquad (1.5)$$

Таким чином, якщо в державі відсутня корупція і інфляція, то купівельна спроможність громадян буде дорівнювати середній заробітній платі . А для конкретного громадянина його купівельна спроможність буде дорівнювати його конкретній заробітній платі.

Приймаючи до уваги, що індекс корупції лежить в межах від 0 до 10, при $IK = 10$ і зростанні середньої заробітної плати у 2 рази, будемо мати

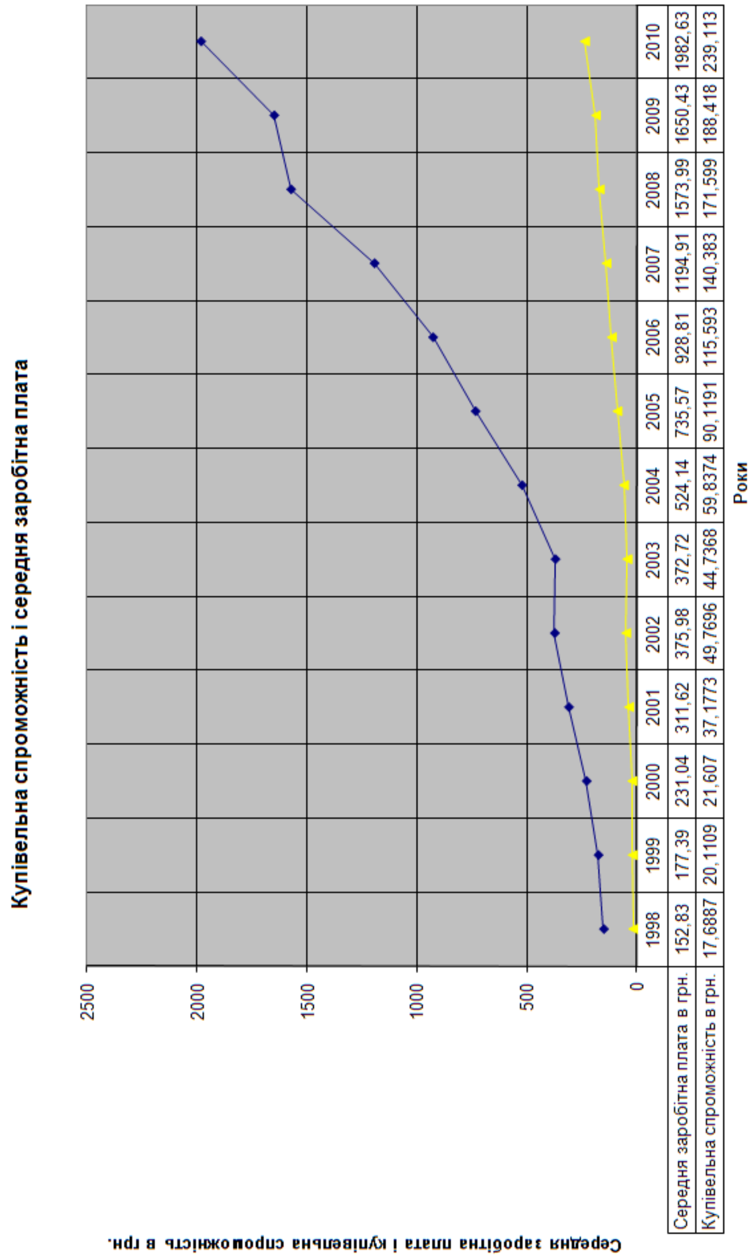
$$\text{КСП} = \frac{2 \cdot \text{СЗП}}{10 \cdot II}. \qquad (1.6)$$

Якщо

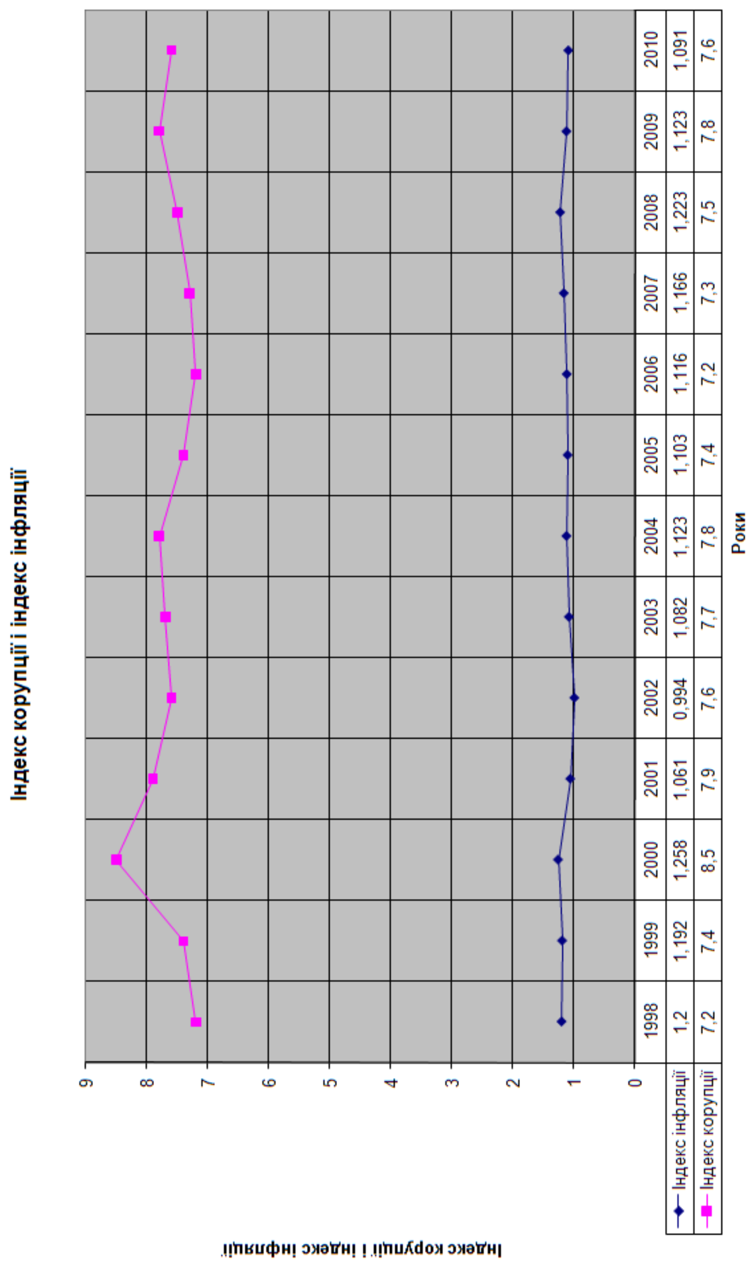
$$КСП = СЗП, \quad то \;\; IK = \frac{1}{II}, \;\; і \;\; II = \frac{1}{IK}. \qquad (1,7)$$

На основі вище наведеного, сформулюємо закон впливу корупції і інфляції на купівельну спроможність громадян.

Купівельна спроможність громадян держави дорівнює середній заробітній платі, поділеній на добуток індексу інфляції на індекс корупції в даній державі .



	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Середня заробітна плата в грн.	152,83	177,39	231,04	311,62	375,98	372,72	524,14	735,57	928,81	1194,91	1573,99	1650,43	1982,63
Купівельна спроможність в грн.	17,6887	20,1109	21,607	37,1773	49,7696	44,7368	59,8374	90,1191	115,593	140,383	171,599	188,418	239,113



	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Індекс інфляції	1,2	1,192	1,258	1,061	0,994	1,082	1,123	1,103	1,116	1,166	1,223	1,123	1,091
Індекс корупції	7,2	7,4	8,5	7,9	7,6	7,7	7,8	7,4	7,2	7,3	7,5	7,8	7,6

1.2. Встановлення закону впливу корупції і інфляції на купівельну спроможність громадян у випадку представлення зростання індексу корупції від 10 до 0 (Transparency International)

Встановимо формулу залежності купівельної спроможності громадян КСП від середньої заробітної плати СЗП, індексу інфляції І І і і індексу корупції ІК у випадку представлення зростання індексу корупції від 10 до 1, де 10- корупції немає, 0- найбільший рівень корупції

$$КСП = \frac{СЗП}{10} \cdot \frac{ІК}{ІІ}. \qquad (1.8)$$

Якщо індекс корупції дорівнює 10 (в країні відсутня корупція), то, формула (1.1) набуває вигляду

$$КСП = \frac{СЗП}{І\ І}. \qquad (1.9)$$

Якщо індекс корупції дорівнює нулю (в країні найбільша корупція), то, формула (1.8) набуває вигляду

$$КСП = \frac{СЗП}{10} \cdot \frac{1}{ІІ} = 0{,}1 \cdot \frac{СЗП}{І\ І}. \qquad (1.10)$$

При цьому індекс інфляції розраховується за формулою

$$ІІ = 0{,}1 \cdot \frac{СЗП}{КСП}. \qquad (1.11)$$

Нехай, середня заробітна плата зросла у 2 рази при незмінній купівельній спроможності, тоді

$$II = 0{,}1 \cdot \frac{2 \cdot \text{СЗП}}{K\text{СП}} = 0{,}2 \cdot \frac{\text{СЗП}}{K\text{СП}}. \qquad (1.12)$$

На основі вище наведеного, сформулюємо закон впливу корупції і інфляції на купівельну спроможність громадян у випадку представлення зростання індексу корупції від 10 до 0 **(Transparency International)**
.

Купівельна спроможність громадян держави дорівнює середній заробітній платі, помноженій на одну десяту індексу корупції і поділеній на індекс інфляції в даній державі .

Висновки по розділу 1

1. Вперше представлений функціональний зв'язок між купівельною спроможністю громадян і середньою заробітною платою в державі з врахуванням корупції і інфляції на даний момент.

2. Вперше сформульовано закон впливу корупції і інфляції на купівельну спроможність громадян:

При цьому, індекс інфляції виражається у частинах, тобто, якщо інфляція в аналізуємому році була рівною 110% , то індекс інфляції буде рівним 1,1. Якщо інфляція відсутня, то коефіцієнт інфляції II=1.

Купівельна спроможність громадян держави дорівнює середній заробітній платі, поділеній на добуток індексу інфляції на індекс корупції в даній державі при зростанні індексу корупції від 0 до 10.

3. При зростанні індексу корупції від десяти до нуля (найбільшого рівня корупції) **(Transparency International)** встановлена формула:

Купівельна спроможність громадян держави дорівнює середній заробітній платі, помноженій на одну десяту індексу корупції і поділеній на індекс інфляції в даній державі .

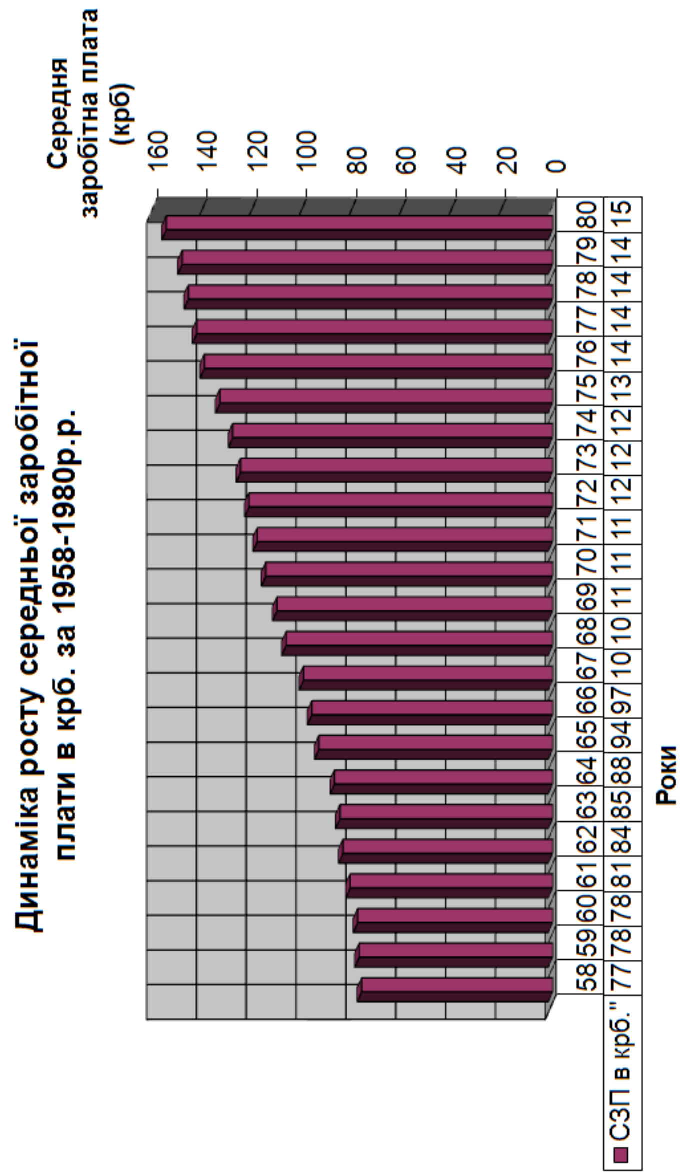
Розділ 2. Представлення середньої заробітної плати, коефіцієнтів корупції і інфляції із офіційних джерел

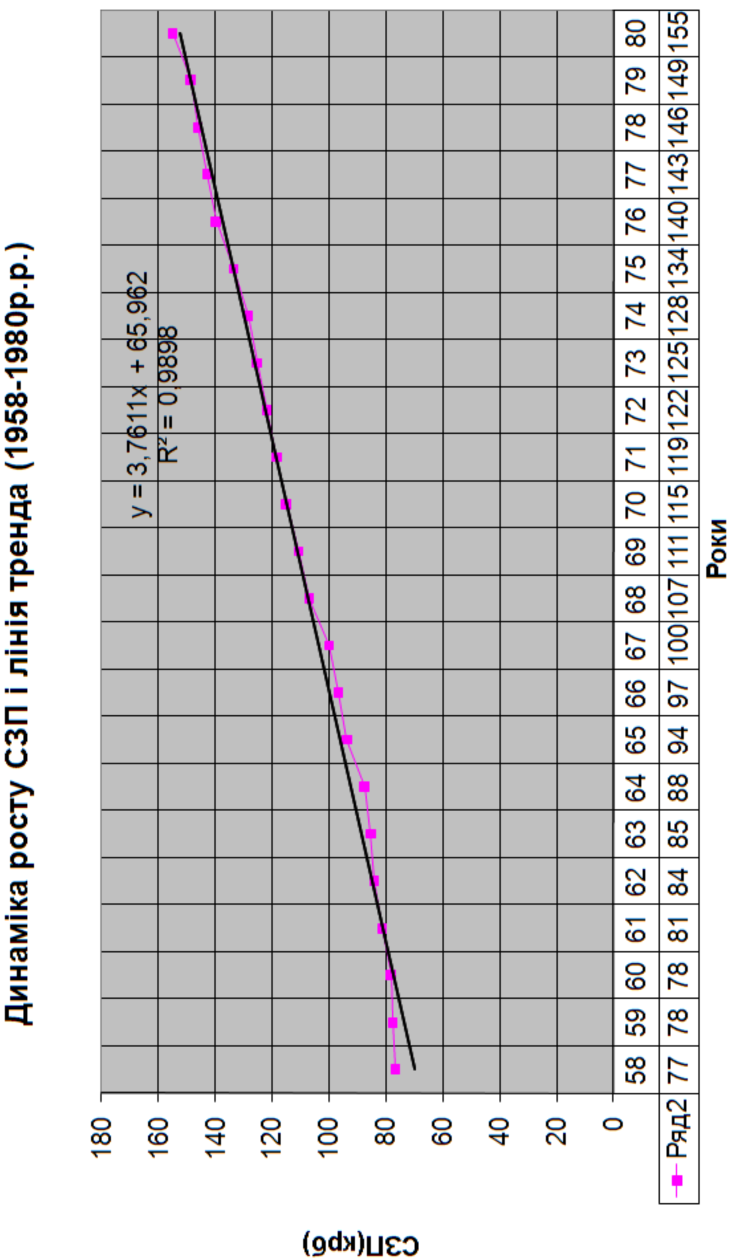
2.1. Представлення середньої заробітної плати громадян України за матеріалами Пенсійного фонду

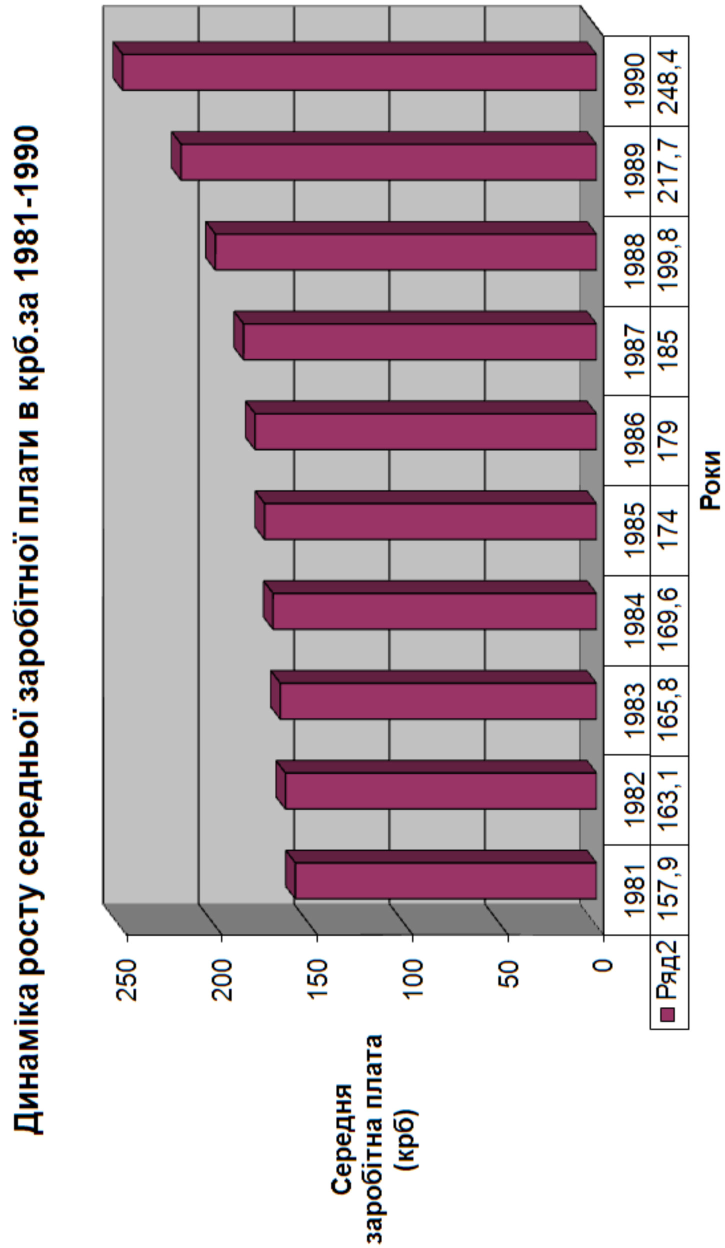
За матеріалами Пенсійного фонду України (www.pfu.gov.ua)середня заробітна плата складала:

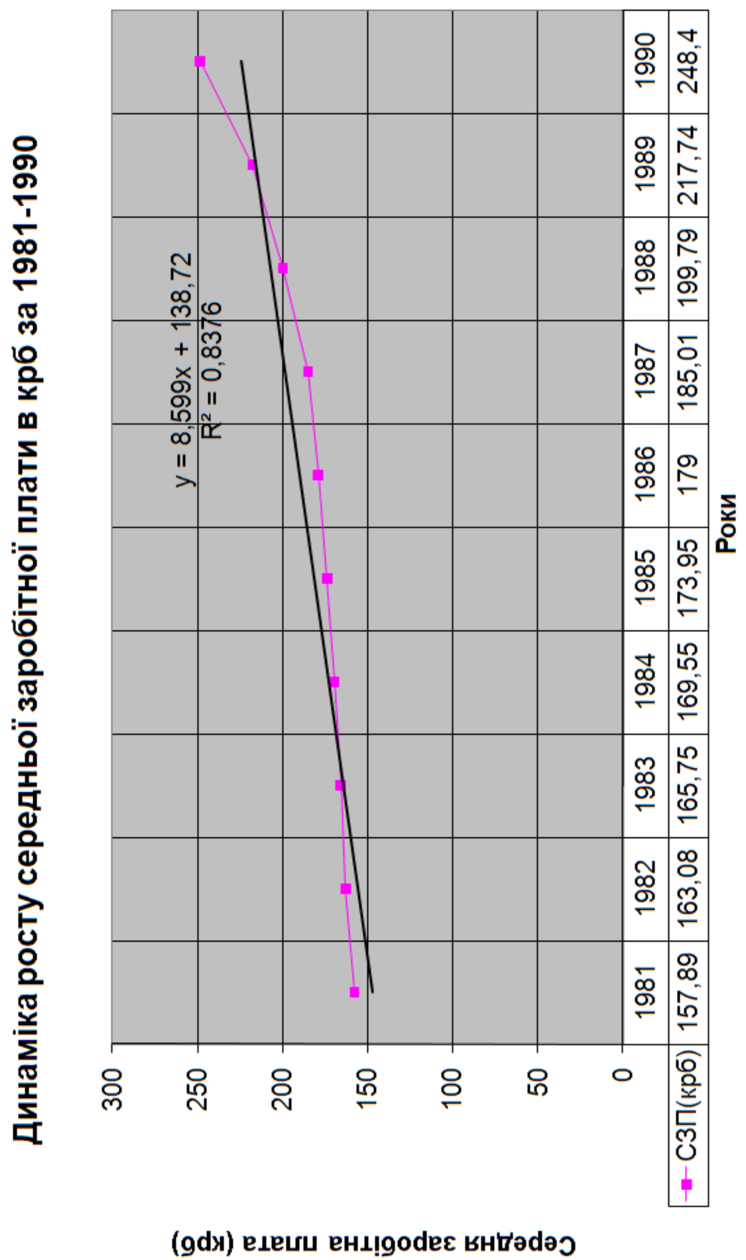
Таблиця 2.1. Середня заробітна плата за 1958-1991 роки в карбованцях

Роки	Середня зарплата	Роки	Середня зарплата
1958	76,7	1975	133,54
1959	77,7	1976	139,84
1960	78,3	1977	142,88
1961	81,3	1978	146,22
1962	84,2	1979	148,74
1963	85,4	1980	155,12
1964	87,6	1981	157,89
1965	93,86	1982	163,08
1966	96,7	1983	165,75
1967	100	1984	169,55
1968	107	1985	173,95
1969	110,68	1986	179
1970	115,17	1987	185,01
1971	118,57	1988	199,79
1972	121,91	1989	217,74
1973	125,3	1990	248,4
1974	128,46	1991	495,4




Динаміка росту СЗП і лінія тренда (1958-1980р.р.)
y = 3,7611x + 65,962
R² = 0,9898
СЗП(крб)
Роки
180 160 140 120 100 80 60 40 20 0
Ряд2
58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80
77 78 78 81 84 85 88 94 97 100 107 111 115 119 122 125 128 134 140 143 146 149 155


Динаміка росту середньої заробітної плати в крб.за 1981-1990
Середня заробітна плата (крб)
Роки
250 200 150 100 50 0
Ряд2
1981 1982 1983 1984 1985 1986 1987 1988 1989 1990
157,9 163,1 165,8 169,6 174 179 185 199,8 217,7 248,4

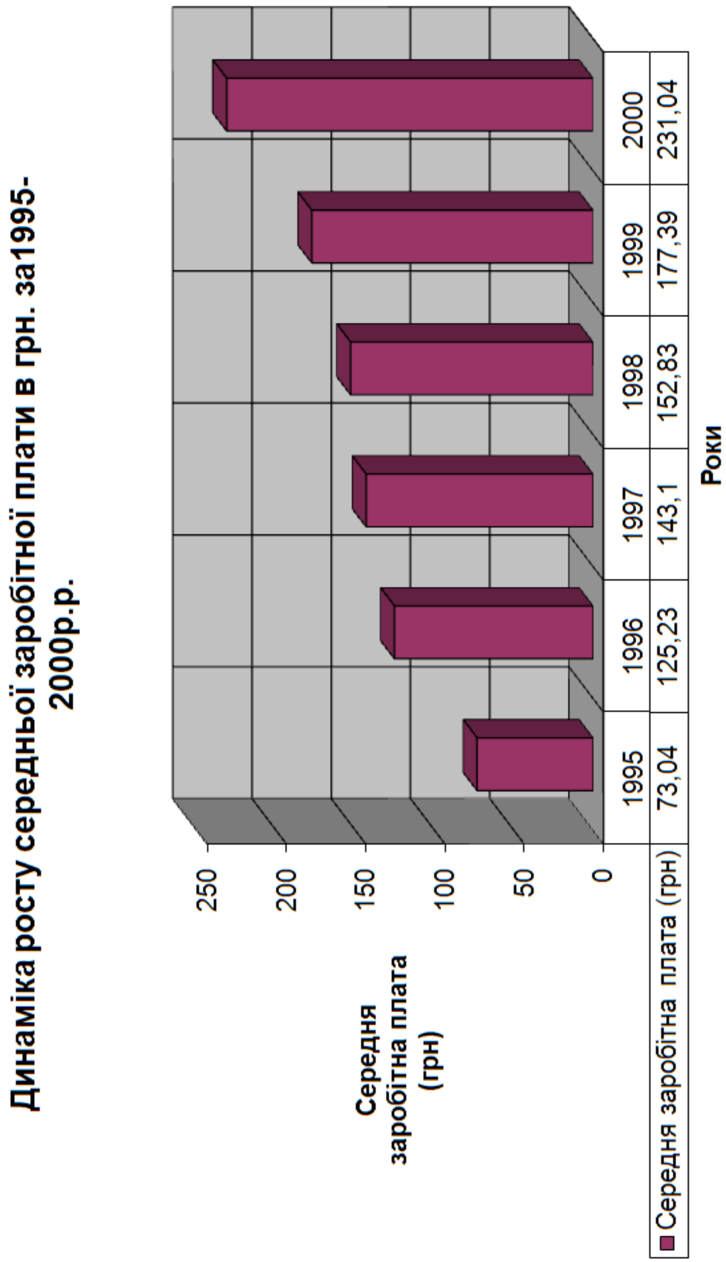


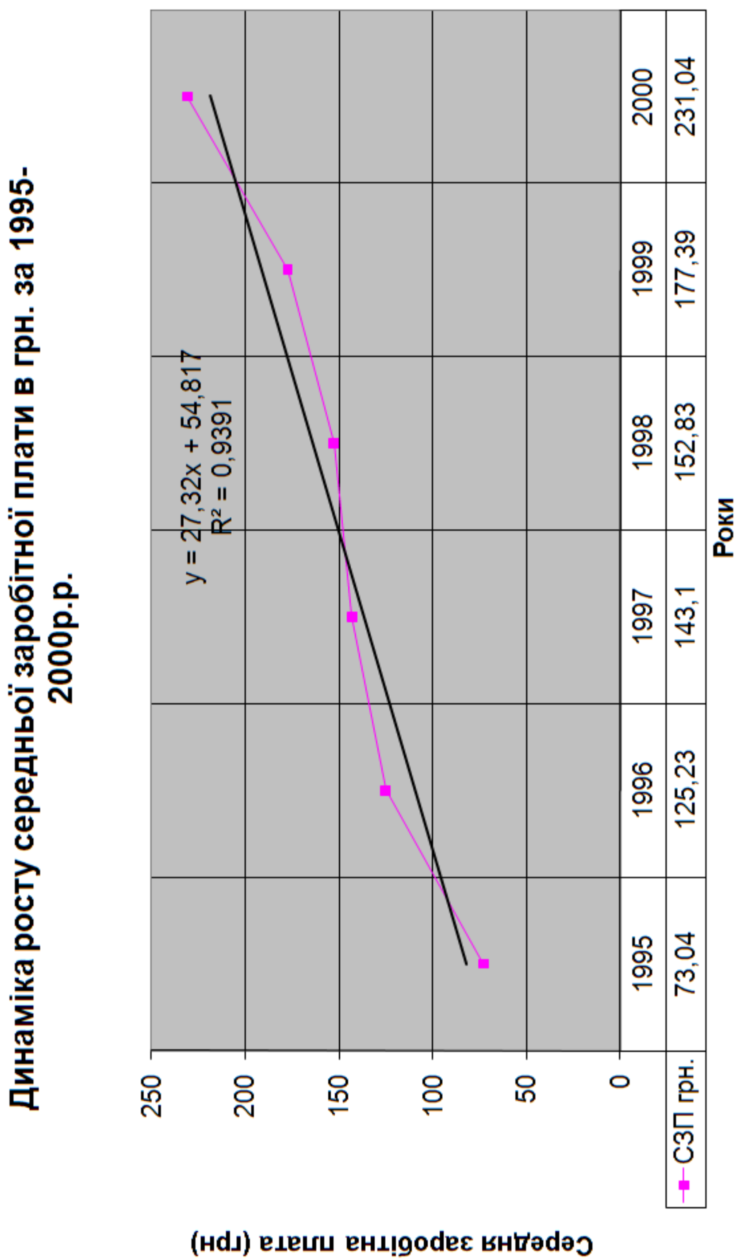
Таблиця 2.2. Середня заробітна плата за 1992-1994 роки в карбованцях

Місяць	1992 рік	1993 рік	1994 рік
	карбованців		
Січень	1523,5	14204	745523
Лютий	1681,1	17854	753622
Березень	2375,9	22945	854490
Квітень	2784,1	25396	894400
Травень	3277,7	30489	956833
Червень	4966,3	60423	1093323
Липень	5065	76564	1176261
Серпень	5422,1	88737	1234596
Вересень	7189,1	208343	1321503
Жовтень	8171,6	253272	1950560
Листопад	10550,3	327639	2644956
Грудень	16987,8	836534	3490047

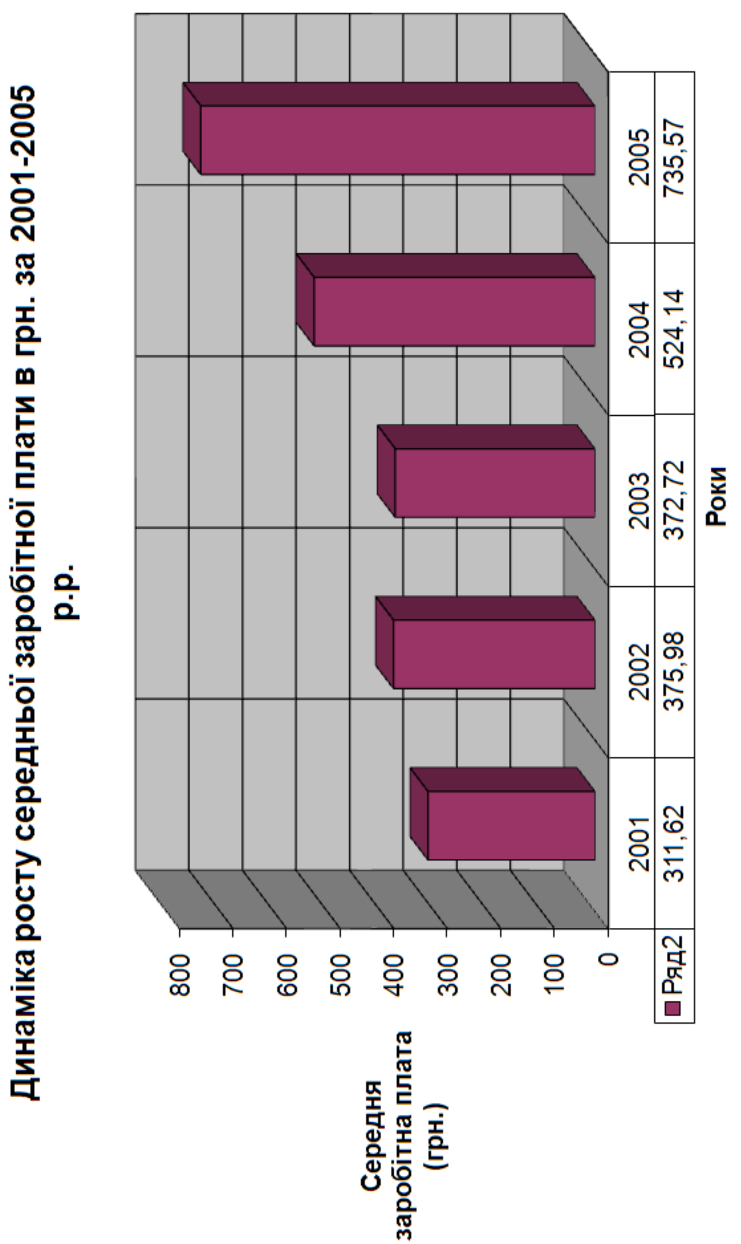
Таблиця 2.3. Середня заробітна плата за 1995-2002 роки в гривнях

Місяць	1995 рік	1996 рік	1997 рік	1998 рік	1999 рік	2000 рік	2001 рік	2002 рік
	гривень							
Січень	32,08	103,28	126,68	136,82	148,16	180,97	253,39	320,76
Лютий	41,53	108,95	126,36	137,85	152,03	190,62	263,66	328,7
Березень	50,23	117,55	135,15	149,76	166,61	210,67	281,03	354,81
Квітень	53,67	116,28	133,14	146,39	165,53	205,35	288,93	355,78
Травень	60,74	119,44	139,53	148,61	168,87	213,21	302,96	358,88
Червень	71,39	125,47	144,3	158,01	180,76	228,78	317,81	377,41
Липень	75,84	130,46	151,44	159,21	183,27	238,49	327,31	398,1
Серпень	81,39	129,99	147,67	153,21	180,94	247,44	329,33	390,07
Вересень	88,73	132,7	150,34	156,4	186,44	249,04	326,34	391,14
Жовтень	95,18	134,87	149,65	156,07	186,85	254,11	335,75	397,49
Листопад	101,22	132,27	147,07	155,54	190,39	257,58	334,44	395,7
Грудень	124,48	151,51	165,81	176,09	218,88	296,26	378,45	442,91

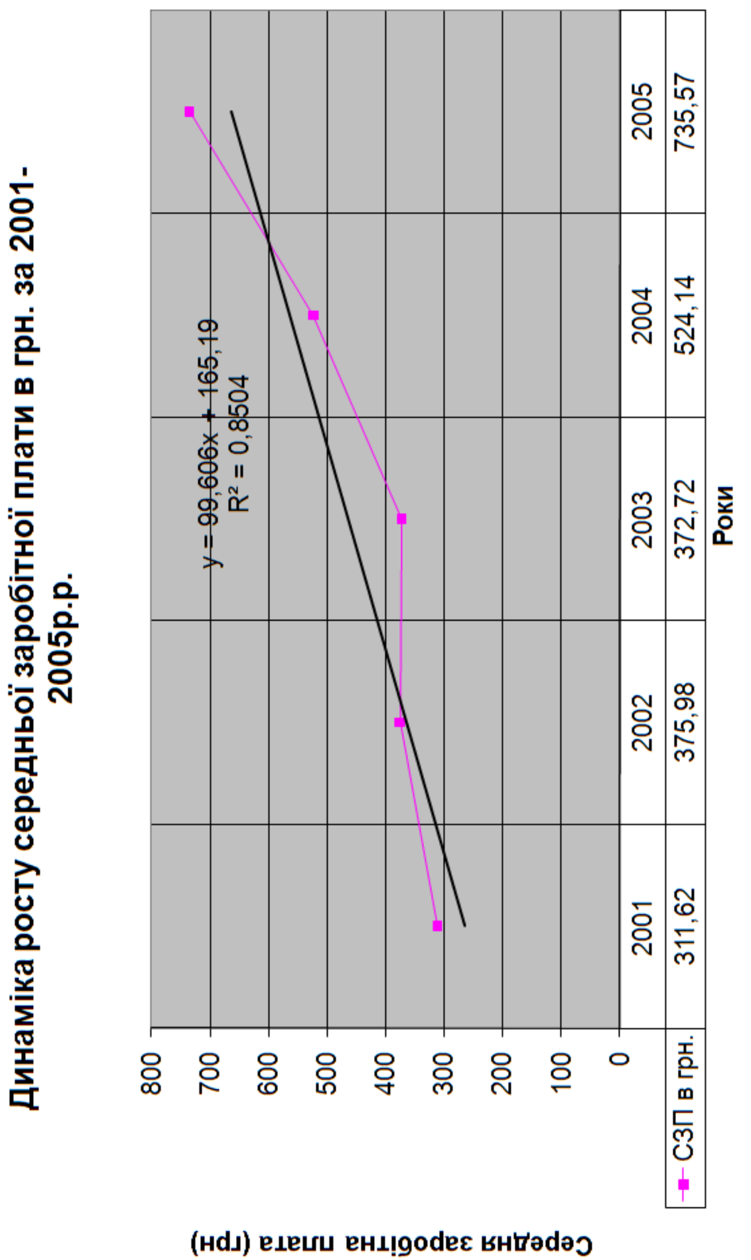


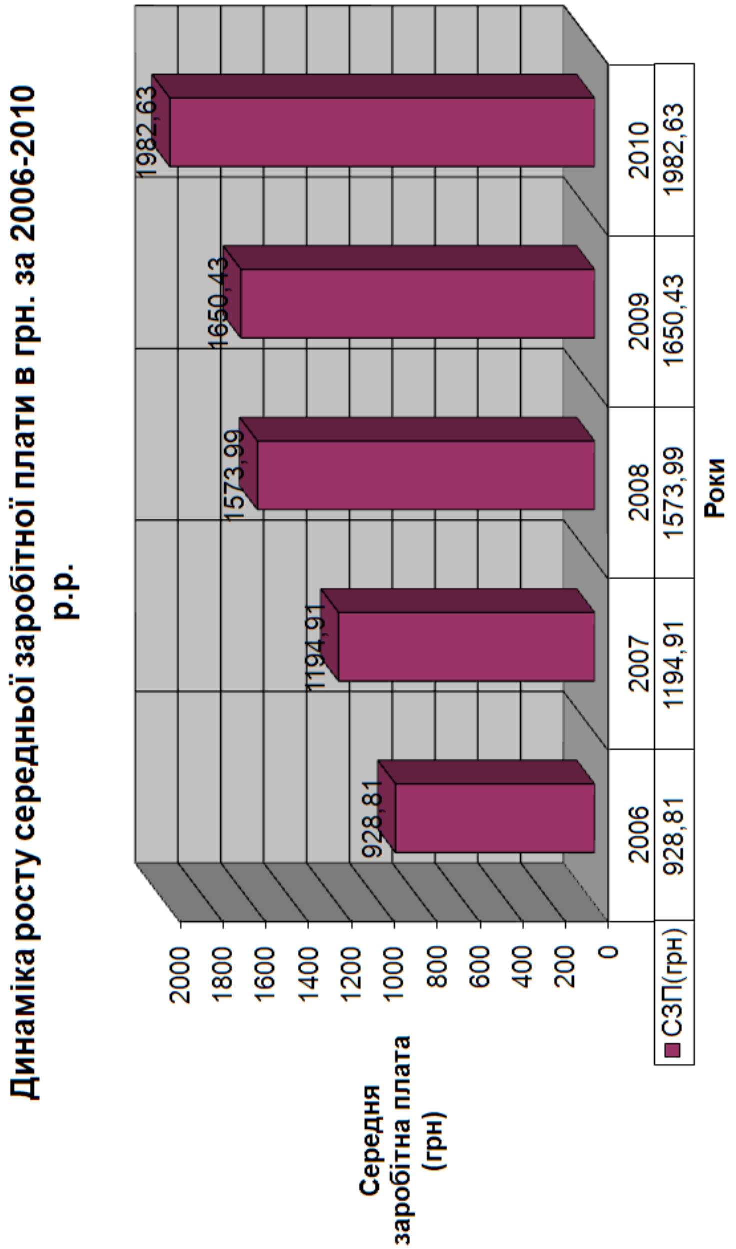


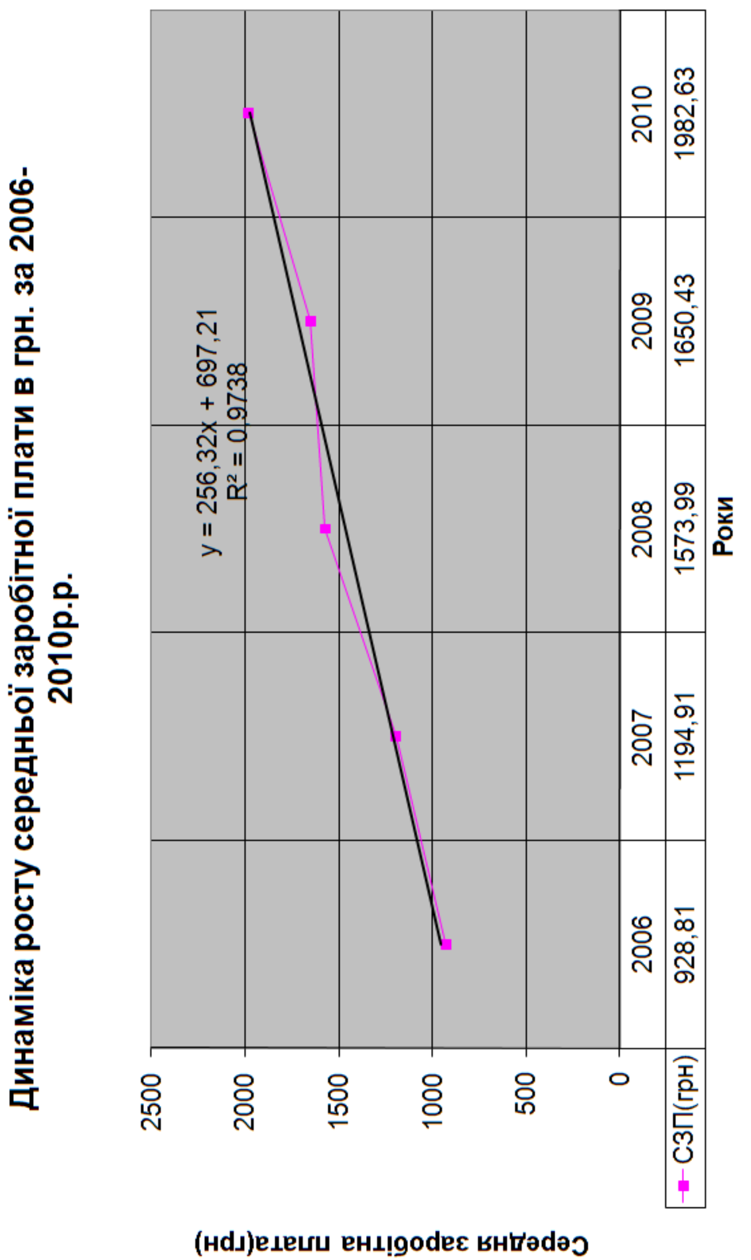
Динаміка росту середньої заробітної плати в грн. за 1995-2000р.р.
Середня заробітна плата (грн)
y = 27,32x + 54,817
R² = 0,9391
250
200
150
100
50
0
1995
1996
1997
1998
1999
2000
СЗП грн.
73,04
125,23
143,1
152,83
177,39
231,04
Роки

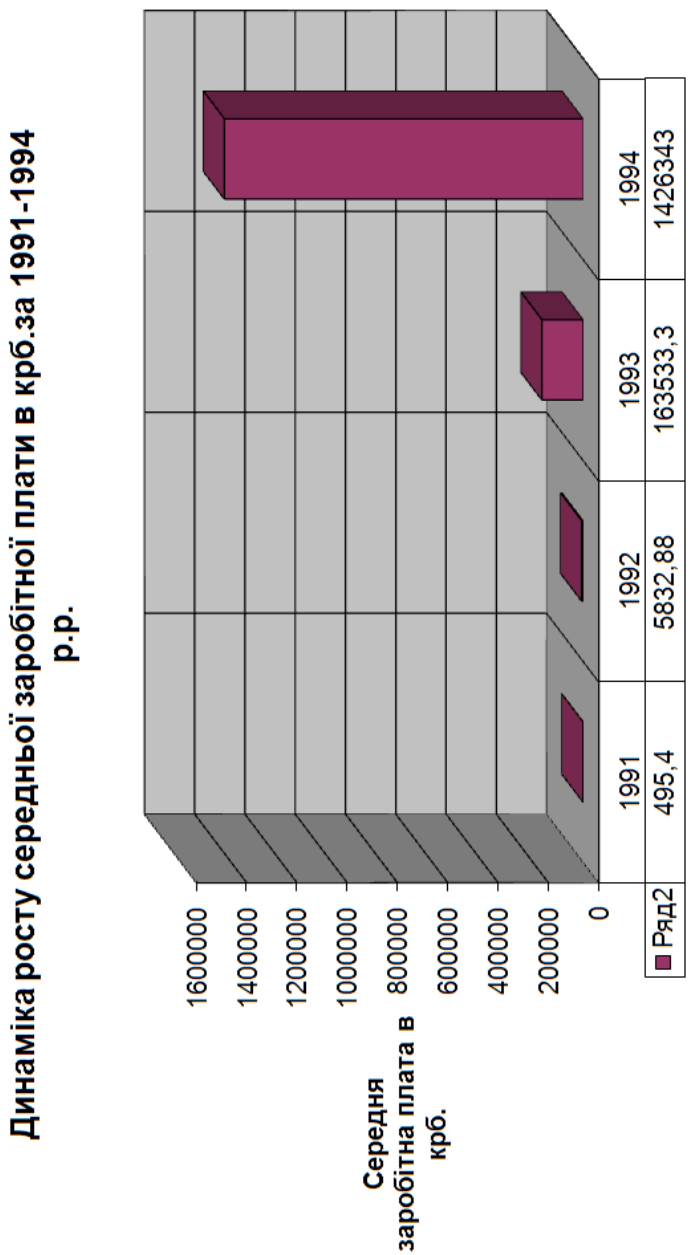


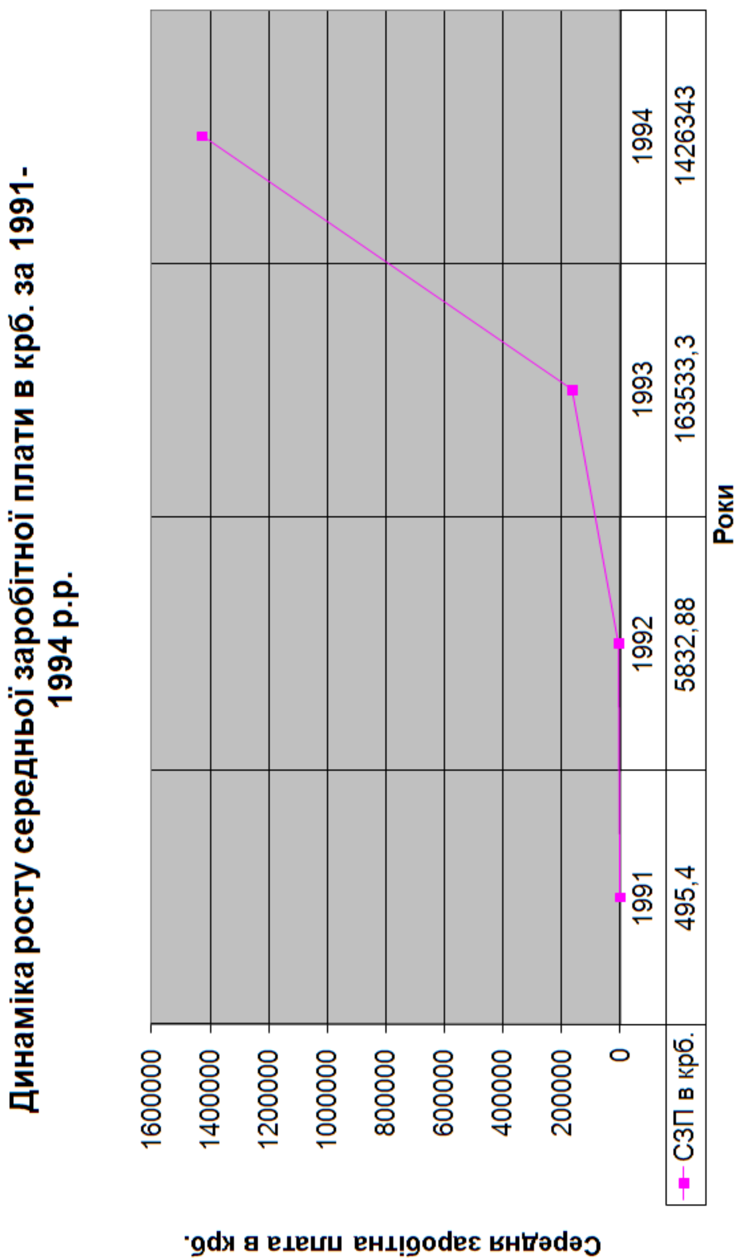
Динаміка росту середньої заробітної плати в грн. за 2001-2005 р.р.
Середня заробітна плата (грн.)
800
700
600
500
400
300
200
100
0
2001
2002
2003
2004
2005
Ряд2
311,62
375,98
372,72
524,14
735,57
Роки

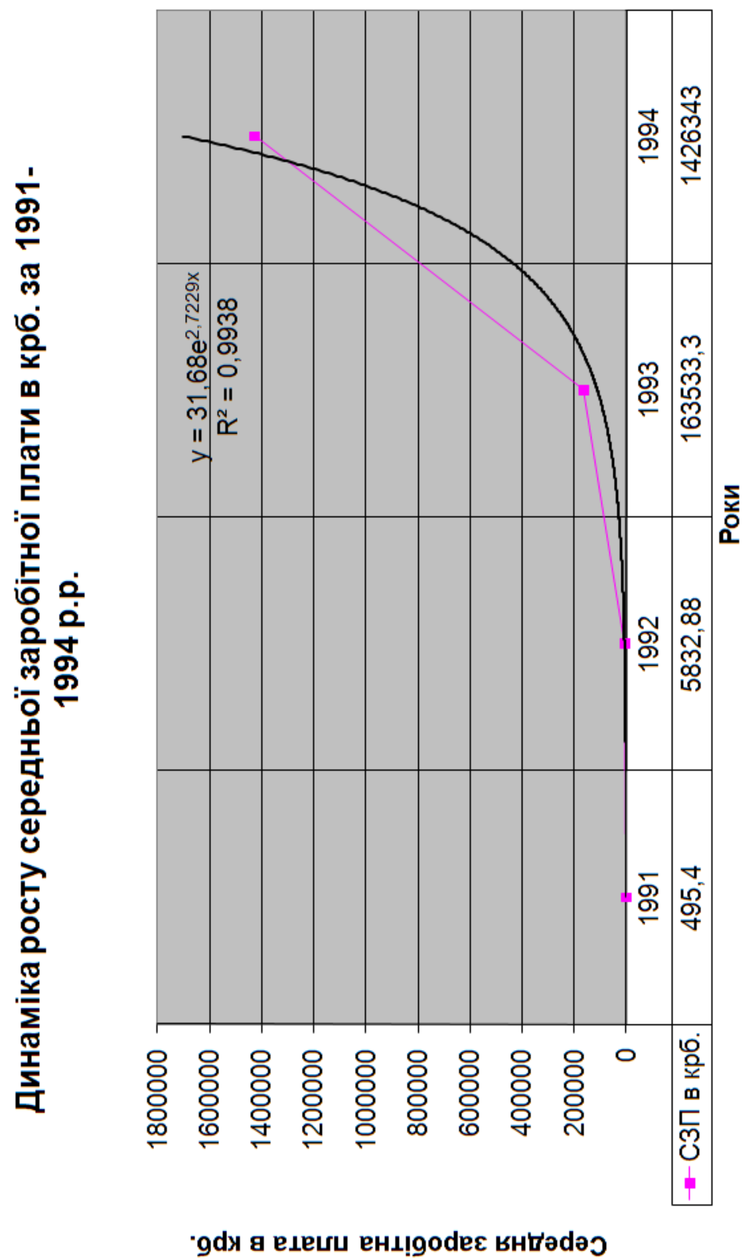

Динаміка росту середньої заробітної плати в грн. за 2001-2005р.р.
Середня заробітна плата (грн)
800
700
600
500
400
300
200
100
0
y = 99,606x + 165,19
R² = 0,8504
СЗП в грн.
2001 2002 2003 2004 2005
311,62 375,98 372,72 524,14 735,57
Роки


Динаміка росту середньої заробітної плати в грн. за 2006-2010 р.р.
Середня заробітна плата (грн)
2000
1800
1600
1400
1200
1000
800
600
400
200
0
928,81
1194,91
1573,99
1650,43
1982,63
СЗП(грн)
2006 2007 2008 2009 2010
928,81 1194,91 1573,99 1650,43 1982,63
Роки


Динаміка росту середньої заробітної плати в грн. за 2006-2010р.р.
y = 256,32x + 697,21
R² = 0,9738
Середня заробітна плата(грн)
2500
2000
1500
1000
500
0
2006
2007
2008
2009
2010
СЗП(грн)
928,81
1194,91
1573,99
1650,43
1982,63
Роки


Динаміка росту середньої заробітної плати в крб.за 1991-1994 р.р.
Середня заробітна плата в крб.
1600000
1400000
1200000
1000000
800000
600000
400000
200000
0
1991
1992
1993
1994
Ряд2
495,4
5832,88
163533,3
1426343
Роки


Динаміка росту середньої заробітної плати в крб. за 1991-1994 р.р.
Середня заробітна плата в крб.
1600000
1400000
1200000
1000000
800000
600000
400000
200000
0
1991
1992
1993
1994
СЗП в крб.
495,4
5832,88
163533,3
1426343
Роки


Динаміка росту середньої заробітної плати в крб. за 1991-1994 р.р.
Середня заробітна плата в крб.
y = 31,68e^{2,7229x}
R² = 0,9938
1800000
1600000
1400000
1200000
1000000
800000
600000
400000
200000
0
1991
1992
1993
1994
СЗП в крб.
495,4
5832,88
163533,3
1426343
Роки

Таблиця2. 4. Середня заробітна плата за 2003-2008 роки в гривнях

Місяць	Рік					
	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Січень	332,11	444,7	606,09	781,51	1003,6	1342,27
Лютий	326,96	461,5	628,18	819,16	1033,58	1449,59
Березень	346,18	489,17	682,38	883,99	1096,38	1494,71
Квітень	347,13	494,66	678,07	877,46	1098,58	1515
Травень	353,19	498,48	697,52	905,17	1141,25	1563,36
Червень	390,54	550,81	777,67	998,69	1276,97	1728,31
Липень	381,37	530,82	732,12	932,89	1222,25	1611,63
Серпень	374,16	520,59	726,43	924,65	1199,04	1571,37
Вересень	398,58	556,61	764,63	959,67	1238,18	1643,25
Жовтень	400,65	561,87	791,03	965,75	1292,5	1667,13
Листопад	392,69	569,35	816,38	988,7	1316,23	1592,7
Грудень	424,63	607,11	911,42	1104,33	1443,16	1705,67
Річний	**372,72**	**524,14**	**735,57**	**928,81**	**1197,91**	**1573,99**

Таблиця 2.5. Середня заробітна плата за 2009-2011 роки в гривнях

Рік	2009	2010	2011
Січень	1449,89	1687,62	2137,84
Лютий	1514,77	1739,43	2137,19
Березень	1578,91	1874,27	2253,90
Квітень	1588,08	1859,70	
Травень	1617,95	1951,28	
Червень	1809,77	2198,46	
Липень	1675,50	1982,72	
Серпень	1597,17	1932,81	

Вересень	1677,69	2046,31	
Жовтень	1687,37	2113,62	
Листопад	1718,91	2073,90	
Грудень	1899,21	2326,74	
Річний	**1650,43**	**1982,63**	

2.2. Представлення курсу гривні відносно долара

Офіційний курс гривні щодо іноземних валют
(середній за період)

Таблиця2. 6. Офіційний курс гривні за 100 дол.США

Роки	Гривні
1996	182,95
1997	186,17
1998	244,95
1999	413,04
2000	544,02
2001	537,21
2002	532,66
2003	533,27
2004	531,92
2005	512,47
2006	505,00
2007	505,00
2008	526,72
2009	779,12
2010	793,56
2011	794,97

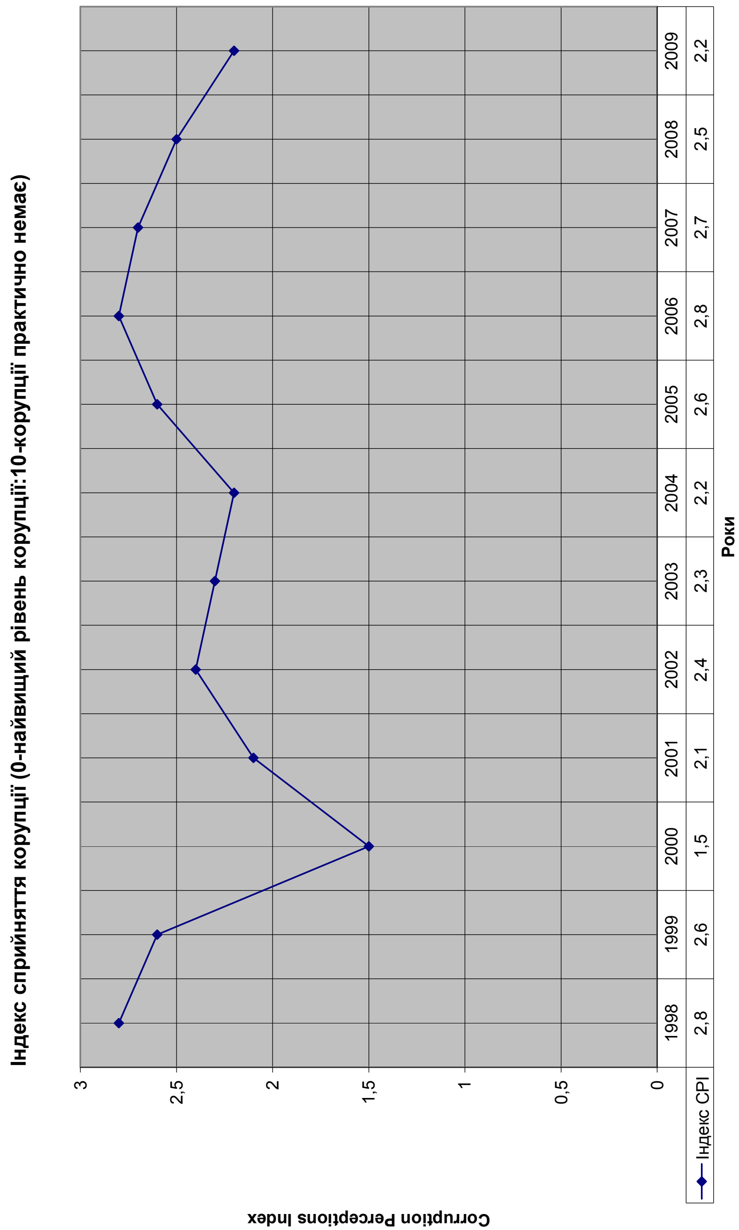
2.3. Представлення коефіцієнта корупції

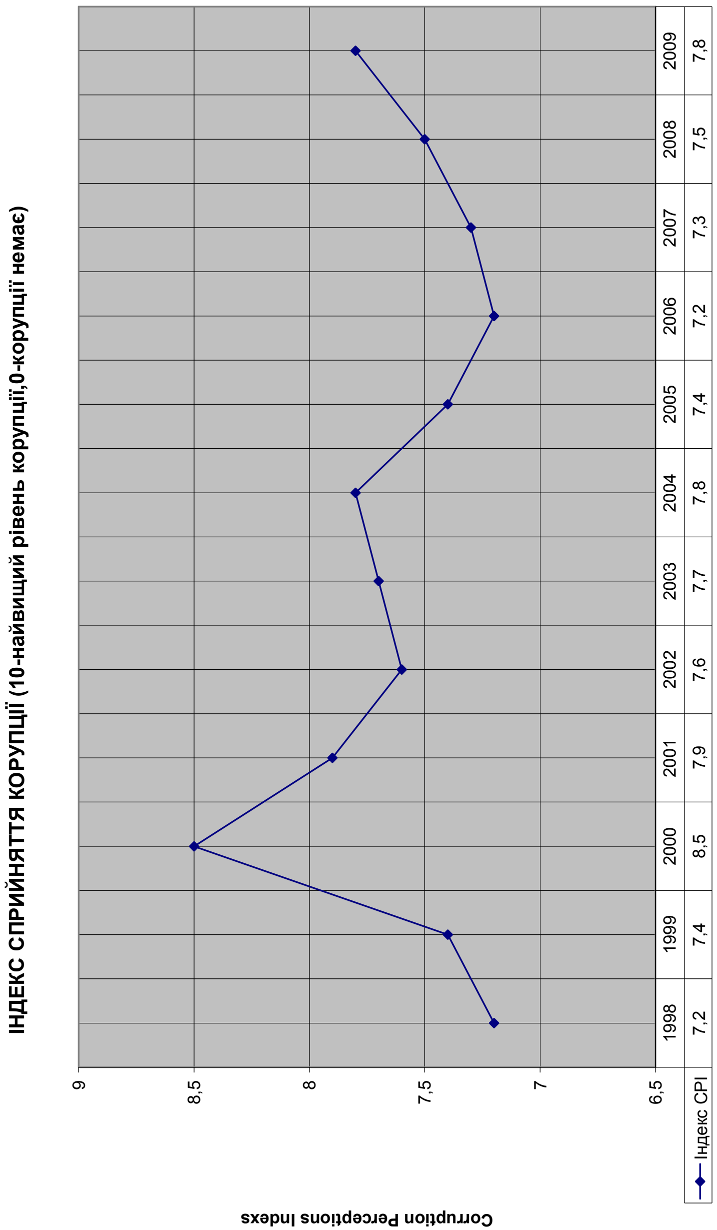
Пенсійна газета №3(81) за березень 2010 року опублікувала динаміку росту корупції на Україні за матеріалами Transparency International; © Ukrainian International [3,- с.5].

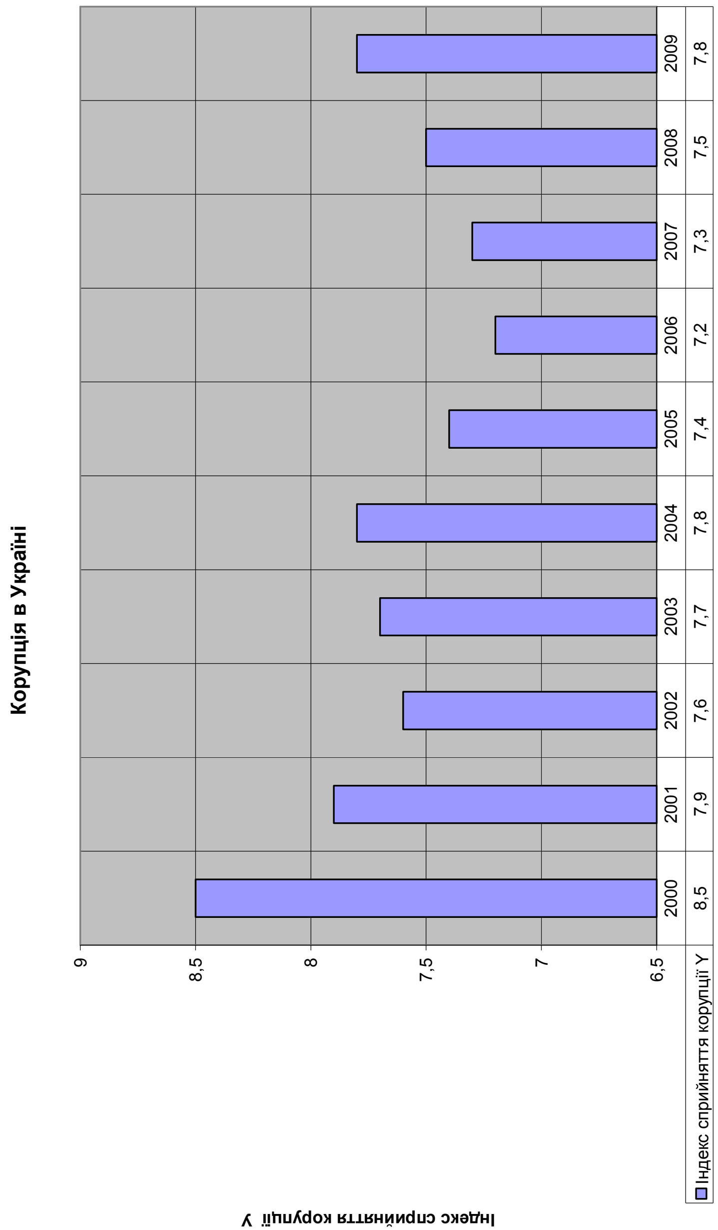
На графіку “Індекс сприйняття корупції (0- найвищий рівень корупції, 10- корупції практично немає) “ , показано, що у 2009 році рівень корупції досягнув рівня корупції 2004 року і 2001 року.

Для зручності і кращої наглядності на графіку індекс сприйняття корупції (10- найвищий рівень корупції, 0- корупції практично немає) “ представлений рівень корупції зі зростанням корупції у верх графіка.

На діаграмі « Корупція на Україні», показані дані передостаніх десяти років.




ІНДЕКС СПРИЙНЯТТЯ КОРУПЦІЇ (10-найвищий рівень корупції,0-корупції немає)
Corruption Perceptions Indexs
РОКИ
Індекс CPI
9
8,5
8
7,5
7
6,5
1998 1999 2000 2001 2002 2003 2004 2005 2006 2007 2008 2009
7,2 7,4 8,5 7,9 7,6 7,7 7,8 7,4 7,2 7,3 7,5 7,8


Корупція в Україні
Індекс сприйняття корупції Y
Роки X
Індекс сприйняття корупції Y
9
8,5
8
7,5
7
6,5
2000 2001 2002 2003 2004 2005 2006 2007 2008 2009
8,5 7,9 7,6 7,7 7,8 7,4 7,2 7,3 7,5 7,8

За матеріалами офіційного веб-сайту Головдержслужби України, на основі досліджень **TRANSPARENCY INTERNATIONAL** за 1910 рік , Україна займала за рівнем корупції 134 позицію

Таблиця 2.7. Індекс корупції ІК в Україні

Роки	ІК
1996	
1997	
1998	2,8
1999	2,6
2000	1,5
2001	2,1
2002	2,4
2003	2,3
2004	2,3
2005	2,2
2006	2,6
2007	2,8
2008	2,7
2009	2,5
2010	2,4
2011	

Індекс сприйняття корупції (англ. Corruption Perceptions Index, CPI)- щорічний рейтинг країн світу, що укладається організацією Transparency International з 1995 року. Країни у рейтингу впорядковані за показником рівня корупції , який базується на оцінках підприємців та аналітиків за десятибальною

шкалою: 0 – найвищий рівень корупції; 10 – відсутність корупції.

2.4 Представлення коефіцієнта інфляції

. Інфляція, або обезцінення грошей- це тривале зростання загального рівня цін, що, відповідно, є свідченням зниження купівельної спроможності грошей

Таблиця 2.8. Офіційний індекс інфляції в Україні

Роки	І І
1996	
1997	
1998	120
1999	119,2
2000	125,8
2001	106,1
2002	99,4
2003	108,2
2004	112,3
2005	110,3
2006	111,6
2007	116,6
2008	122,3
2009	112,3
2010	109,1
2011	

Висновки по розділу 2

1. Представлена середня заробітна плата громадян України за матеріалами Пенсійного фонду з 1958 по2010 роки.

2. Відображений офіційний курс гривні щодо іноземних валют (середній за період з 1996 по 2011)

3. Представлений коефіцієнт корупції на Україні за матеріалами Transparency International; © Ukrainian International.

4. Показано, що в 2010 році Україна займала за рівнем корупції 134 позицію.

5. На графіку "Індекс сприйняття корупції (0- найвищий рівень корупції, 10- корупції практично немає) " , показано, що у 2009 році рівень корупції досягнув рівня корупції 2004 року і 2001 року.

6. Для зручності і кращої наглядності на графіку індекс сприйняття корупції (10- найвищий рівень корупції, 0- корупції практично немає) " представлений рівень корупції зі зростанням корупції у верх графіка.

7. На діаграмі « Корупція на Україні», показані дані передостаніх десяти років.

8. Представлені офіційні дані інфляції на Україні.

Розділ 3. Побудова математичної моделі купівельної спроможності в залежності від середньої заробітної плати, корупції і інфляції квадратичним поліномом

3.1. Теоретичні основи

Математична модель результатів економічного експерименту виражається квадратичним поліномом виду

$$y = ax^2 + bx + c\,, \tag{3.1}$$

Або

$$y = ax^2 + bx\quad, \tag{3.2}$$

або $$y = ax^2 \qquad .... \tag{3.3}$$

Утворимо систему n початкових рівнянь з трьома невідомими

$$\begin{aligned} &ax_1^2 + bx_1 + c - y_1 = \varepsilon_1, \\ &ax_2^2 + bx_2 + c - y_2 = \varepsilon_2, \\ &.............................. \\ &ax_n^2 + bx_n + c - y_n = \varepsilon_n. \end{aligned} \tag{3.4}$$

Застосувавши вимогу найменших квадратів

$$[\varepsilon\varepsilon] = [(ax_i^2 + bx_i + c - y_i)^2] = \min\,. \tag{3.5}$$

будемо мати три нормальних рівняння з трьома невідомими

$$
\begin{aligned}
&a[x^4]+b[x^3]+c[x^2]=[x^2y],\\
&a[x^3]+b[x^2]+c[x]=[xy], \qquad\qquad (3.6)\\
&a[x^2]+b[x]+c\cdot n=[y].
\end{aligned}
$$

Рішення цих рівнянь приводить до визначення невідомих коефіцієнтів

$$
\begin{aligned}
&a=\frac{[x^2y]\,(n[x^2]\overset{A}{-}[x][x])+[xy]\,([x][x^2]\overset{B}{-}n[x^2])+[y]\,([x][x^3]\overset{C}{-}[x^2][x^2])}{n\,([x^2][x^4]\underset{D}{-}[x^3][x^3])+[x]\,([x^2][x^3]\underset{E}{-}[x][x^4])+[x^2]\,([x][x^3]\underset{C}{-}[x^2][x^2])},\\
&b=\frac{[x^2y]\,(n[x^2]\overset{B}{-}n[x^3])+[xy]\,(n[x^4]\overset{E}{-}[x^2][x^2])+[y]\,([x^2][x^3]\overset{E}{-}[x][x^4])}{n\,([x^2][x^4]\underset{D}{-}[x^3][x^3])+[x]\,([x^2][x^3]\underset{E}{-}[x][x^4])+[x^2]\,([x][x^3]\underset{C}{-}[x^2][x^2])}, \qquad (3.7)\\
&c=\frac{[x^2y]\,([x][x^3]\overset{C}{-}[x^2][x^2])+[xy]\,([x^2][x^3]\overset{E}{-}[x][x^4])+[y]\,([x^2][x^4]\overset{D}{-}[x^3][x^3])}{n\,([x^2][x^4]\underset{D}{-}[x^3][x^3])+[x]\,([x^2][x^3]\underset{E}{-}[x][x^4])+[x^2]\,([x][x^3]\underset{C}{-}[x^2][x^2])}.
\end{aligned}
$$

Зрівноважене рівняння буде

$$\varphi(x)=ax^2+bx+c \quad . \qquad (3.8)$$

Склавши різниці $\varphi(x_i)-y_i=\varepsilon_i$, де y_i – визначені значення, а ε_i – відхилення визначених значень y_i від їх ймовірних значень, отримаємо перше представлення про точність виконаних робіт.

Контрольна формула обчислення коефіцієнтів легко виводиться із (4.4) (4.6) і умови $[\varepsilon\varepsilon]=\min$.

$$[y^2]-a[yx^2]-b[yx]-c[y]=[\varepsilon\varepsilon] \quad . \qquad (3.9)$$

Замітимо, що корені рівняння (4.8) не виражаються простими величинами, як для випадку прямолінійної залежності.

Обчислення коефіцієнтів b і c можна значно спростити, якщо виразити їх із (4.6) через коефіцієнт a

$$b=\frac{n[yx]-[y][x]}{n[x^2]-[x][x]}+a\frac{[x][x^2]-n[x^3]}{n[x^2]-[x][x]}, \qquad (3.10)$$

$$c=\frac{[y][x^2]-[x][xy]}{n[x^2]-[x][x]}+a\frac{[x][x^3]-[x^2][x^2]}{n[x^2]-[x][x]}. \qquad (3.11)$$

Введемо позначення

$$
\begin{aligned}
&A=n[x^2]-[x][x];\,B=[x][x^2]-n[x^3];\,C=[x][x^3]-[x^2][x^2]; \quad (3.12)\\
&D=[x^2][x^4]-[x^3][x^3];\,E=[x^2][x^3]-[x][x^4];\,F=n[x^4]-[x^2][x^2]
\end{aligned}
$$

Тоді формули (3.7) будуть

$$
\begin{aligned}
&a=\frac{[x^2y]\cdot A+[xy]\cdot B+[y]\cdot C}{n\cdot D+[x]\cdot E+[x^2\cdot C]},\\
&b=\frac{[x^2y]\cdot B+[xy]\cdot F+[y]\cdot E}{n\cdot D+[x]\cdot E+[x^2]\cdot C}, \qquad (3.13)\\
&c=\frac{[x^2y]\cdot C+[xy]\cdot E+[y]\cdot D}{n\cdot D+[x]\cdot E+[x^2]\cdot C}.
\end{aligned}
$$

Підставивши (3.10), (3.11) у (3.8), отримаємо

$$
\begin{aligned}
&\varphi(x)=ax^2\left\{\frac{n[yx]-[x][y]+a[x][x^2]-n[x^3]}{n[x^2]-[x][x]}\right\}x+\\
&+\frac{[y][x^2]-[x][yx]+a[x][x^3]-[x^2][x^2]}{n[x^2]-[x][x]} \quad . \quad \ldots\ldots\ldots(3.14)
\end{aligned}
$$

Отримана крива завжди проходить через точки

$$\left(0;\frac{a[x][x^3]-[x^2][x^2]+[y][x^2]-[x][yx]}{n[x^2]-[x][x]}\right),$$
$$\left(\frac{[x]}{n};a\frac{[x][x]-n[x^2]}{n^2}+\frac{[yx]}{x}\right), \qquad (3.15)$$
$$\left(\frac{[x2]}{[x]};a\frac{[x2][x2]-[x][x3]}{[x][x]}+\frac{[yx]}{[x]}\right).$$

3.2. Поступальне переміщення початку координат в точку арифметичної середини

Всі приведені формули суттєво спрощуються, якщо перемістити початок координатної системи в точку

$$\left(\frac{[x]}{n};\frac{[y]}{n}\right). \qquad (3.16)$$

Нові координати будуть виражатися через старі наступним чином

$$x' = x-\frac{[x]}{n},$$
$$y' = y-\frac{[y]}{n}. \qquad (3.17)$$

При цьому $[x']=[y']=0$, де знак [ ] –Гаусове позначення сум.

Формули (3.7) перетворюються до виду

$$a' = \frac{n([x'^2\cdot y'][x'^2]-[x'y'][x'^3])}{n([x'^2][x'^4]-[x'^3][x'^3])-[x'^2][x'^2][x'^2]},$$
$$b' = \frac{n([x'\cdot y'][x'^4]-[x'^2y'][x'^3])-[x'y'][x'^2][x'^2]}{n([x'^2][x'^4]-[x'^3][x'^3])-[x'^2][x'^2][x'^2]}, \quad ....(3.18)$$
$$c' = \frac{[x'^2]([x'y'][x'^3]-[x'^2y'][x'^2])}{n([x'^2][x'^4]-[x'^3][x'^3])-[x'^2][x'^2][x'^2]}.$$

Коефіцієнт b\` і c\` можна виразити також і через коефіцієнт a\`

$$b' = \frac{[x'y']-a'[x'^2]}{[x'^2]},\ \ c' = \frac{a'[x'^2]}{n}. \quad .... \quad (3.19)$$

Ймовірніша крива має вигляд

$$\varphi(x') = a'x'^2+b'x'+c'. \qquad (3.20)$$

Або в початкових координатах

$$\varphi(x)-\frac{[y]}{n} = a'\left(x-\frac{[x]}{n}\right)^2+b'\left(x-\frac{[x]}{n}\right)+c' \quad . \quad ....(3.21)$$

Співставленням (4.21) з (4.1) находимо

$$a = a',$$
$$b = b'-2a'\frac{[x]}{n}, \qquad (3.22)$$
$$c = c'+a'\left(\frac{[x]}{n}\right)^2-b'\left(\frac{[x]}{n}\right)+\frac{[y]}{n}.$$

Крива (3.20) проходить через точки

$$\left(0;-a'\frac{[x'^2]}{n}\right),$$

$$\left(-\frac{[x]}{n};a'\left(\frac{[x]}{n}\right)^2-b'\frac{[x]}{n}+c'\right), \qquad ....(3.23)$$

$$\left(\frac{[x]}{n};a'\left(\frac{[x]}{n}\right)^2+b'\frac{[x]}{n}+c'\right).$$

Обчислення контролюються формулою

$$[y^2]-\left([x'^2y']+[x'^2]\frac{[y]}{n}+[x'y']\frac{[x]}{n}+\left(\frac{[x]}{n}\right)^2[y]\right)a- \qquad . ...(3.24)$$
$$-\left([x'y']+\frac{[x][y]}{n}b-c[y]\right)b-c[y]=[\varepsilon\varepsilon]$$

Якщо одна із величин [x`], [y`] або обидві точно не рівні нулю, а є невеликою величиною нехтувати якою не можна, то a`, b`, c` вичислюються за формулами (3.13). При цьому переваги перетворень повністю не використовуються, але все ж досягаються полегшення у обчислювальних роботах.

3.3. Знаходження поправок до наближених значень коефіцієнтів

Один із прийомів раціоналізації обробки матеріалів полягає в тому, що знаходяться не повні значення коефіцієнтів, а поправки до наближених їх значень a_l, b_l, c_l, отриманих на основі даних експериментальних визначень.

В даному випадку будемо мати систему початкових рівнянь

$$y_i-y_{li}=(a-a_l)y_i^2+(b-b_l)y_i+(c-c_l)\,, \qquad ....(3.25)$$

Де

$$y_{li}=a_lx_i^2+b_lx_i+c_l\,, \qquad ....(3.26)$$

або

$$\begin{aligned}
&\delta ax_1^2+\delta bx_1+\delta c-\delta y_1=\varepsilon_1,\\
&\delta ax_2^2+\delta bx_2+bc-\delta y_2=\varepsilon_2,\\
..\quad&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad .(3.27)\\
&\delta ax_n^2+\delta bx_n+\delta c-\delta y_n=\varepsilon_n.
\end{aligned}$$

При цьому система нормальних рівнянь

$$\begin{aligned}
&\delta a[x^4]+\delta b[x^3]+\delta c[x^2]-[\delta yx^2]=0,\\
&\delta a[x^3]+\delta b[x^2]+\delta c[x]-[\delta yx]=0, \qquad (3.28)\\
&\delta a[x^2]+\delta b[x]+[c]n-[\delta y]=0.
\end{aligned}$$

Звідси значення поправок δa, δb, δc будуть

$$\delta a=\frac{[x^2\delta y](n[x^2]-[x][x])+[x\delta y]([x]x^2)-n[x^3]+[\delta y]([y][y^3]-[x^2][x^2])}{n([x^2][x^4]-[x^3][x^3])+[x]([x^2][x^3]-[x][x^4])+[x^2]([x][x^3]-[x^2][x^2])} \; (3.29$$

$$\delta b=\frac{[x^2\delta y]([x][x^2]-n[x^3])+[x\delta y](n[x^4]-[x^2][x^2])+[\delta y]([x^2][x^3]-[x][x^4])}{n([x^2][x^4]-[x^3][x^3])+[x]([x^2][x^3]-[x][x^4])+[x^2]([x][x^3]-[x^2][x^2])}$$

$$\delta c=\frac{[x^2y]([x][x^3]-[x^2][x^2])+[x\delta y]([x^2][x^2])-[x][x^4]+[\delta y]([x^2][x^4]-[x^3][x^3])}{n([x^2][x^4]-[x^3][x^3])+[x]([x^2][x^3]-[x][x^4])+[x^2]([x][x^3]-[x^2][x^2])}$$

Поправки δb і δc можна підрахувати і по більш простим формулам

$$\delta b = \frac{n[\delta y \cdot x] - [x][\delta x]}{n[y^2] - [x][x]} + \delta a \frac{[x][x^2] - n[x^3]}{n[x^2] - [x][x]}, \qquad (3.30)$$

$$\delta y = \frac{[\delta y][x^2] - [y][\delta y \cdot x]}{n[x^2] - [x][x]} + \delta a \frac{[x][x^3] - [x^2][x^2]}{n[x^2] - [x][x]}.$$

Додаючи поправки δa, δb, δc до наближених коефіцієнтів a_l, b_l, c_l, отримаємо кінцеві значення шуканих коефіцієнтів

$$\begin{aligned} a &= a_l + \delta a, \\ b &= b_l + \delta b, \\ c &= c_l + \delta c. \end{aligned} \qquad (3.31)$$

Контрольна формула буде

$$[\delta y^2] - \delta a[x^2 \delta y] - \delta b[x \delta y] - \delta c[\delta y] = [\varepsilon\varepsilon]. \qquad (3.32)$$

3.4. Обробка матеріалів при рівновідстоячих значеннях аргументів

Позначивши інтервал аргумента через x і число визначень n за допомогою формул

$$X = x_i - x_1,$$

$$[X] = \chi \frac{n[n-1]}{2},$$

$$\begin{aligned} &[X^2] = \chi 2 \frac{n(n-1)(2n-1)}{6}, \\ &[X^3] = \chi^3 \frac{n^2(n-1)^2}{4}, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &[X^i] = \chi i \sum_0^n [k-1]^i, \\ &[Xy] = \chi[(k-1)y_k], \\ &[Xy]^2 = \chi[(k-1)y_k{}^2], \\ &[Xy^i] = \chi[(k-1)y_k{}^i], \\ &[X^2 y] = \chi^2[(k-1)^2 y_k], \\ &[X^3 y] = \chi^3[(k-1)^3 y_k], \\ &[X^i y^i] = \chi^i[(k-1)^i y^i{}_k]. \end{aligned} \qquad (3.33)$$

формули (3.18) приводять до виду

$$a' = \frac{180\left\{(n-1)[(k-1)^2 y_k] - [(k-1)y_k] - \frac{(n-1)(n-2)}{6}[y]\right\}}{\chi^2 n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2)}, \qquad (3.34)$$

$$b' = \frac{180\left\{(n-1)[(k-1)^2 y_k] - \frac{(2n)-1(n+2)}{15}[(k-1)y_k] + \frac{(n-1)(2n-1)(n-2)}{10}[y]\right\}}{\chi n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2)},$$

$$c' = \frac{3\{6(2n-1)[(k-1)y_k] - 10[(k-1)^2 y_k] - (3n^2 - 3n + 2)[y]\}}{n(n+1)(n+2)}.$$

Підставляючи у вихідне рівняння (3.7) отримані значення коефіцієнтів, визначених при умові, що $x_i` = x_i - x_1$, знайдемо

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= a'x'^2 + b'x' + c' = a'(x - x1) + b'(x - x1) + c' = \\ &= a'x^2 + (b' - 2a'x)x + (a'x2 - b'x + c') \end{aligned} \quad . \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(3.35)$$

Звідки

$$
\begin{aligned}
a &= a', \\
b &= b' - 2a'x_1, \\
c &= a'x^2 - b'x_1 + c'.
\end{aligned}
\tag{3.36}
$$

Контрольна формула буде

$$
\begin{aligned}
&[y^2] - a(x^2[y] + 2x_1\chi[(k-1)y_k] + \chi^2[(k-1)^2 y_k]) - \\
&- b(x_1[y] + \chi[(k-1)y_k] - c[y]) = [\varepsilon\varepsilon].
\end{aligned}
\quad ....(3,37)
$$

Можна добитися і подальших спрощень, виразивши визначені значення функції через кінцеві різниці першого порядку.

Якщо прийняти $y_1 = 0$, то формули спрощуються

$$
\begin{aligned}
&[y] = [(k-1)\Delta y_k], \\
&[xy] = \chi\left\{\frac{n(n-1)}{2}[\Delta y] - \frac{[k(k-1)(2k-1)\Delta y_k]}{6}\right\}.
\end{aligned}
\quad ....(3.38)
$$

Аналогічно

$$
[x^2 y] = \chi^2\left\{\frac{n(n-1)(2n-1)}{6}[\Delta y] - \frac{[k(k-1)(2k-1)\Delta y_k]}{6}\right\} ....(3,39)
$$

Підстановка значень цих різниць, а також сум [x], [x^2], [x^3] при рівновідстоячих значеннях аргумента в (3.18) дає вираз шуканих коефіцієнтів через кінцеві різниці першого порядку

$$
\begin{aligned}
a' &= \frac{30[k(n-k)(n-2k)\Delta y_k]}{\chi^2 n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2)}, \\
b' &= \frac{6(n-1)(n+2)[(n-k)\Delta y_k] - 5(n-1)[k(n-k)(n-2k)\Delta y_k]}{\chi n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2)}, \\
c' &= \frac{(n+1)(n+2)[(n-k)\Delta y_k] - 3(n+2)[k(n-k)(n-2k)\Delta y_k]}{n(n+1)(n+2)} - \\
&- \frac{5[k(n-k)(n-2k)\Delta y_k]}{n(n+1)(n+2)}.
\end{aligned}
\tag{3.40}
$$

Після обчислення a\`, b\`, c\` будемо мати рівняння

$$
\varphi(x') = a'x^2 + b'x + c', \tag{3.41}
$$

або, повертаючись до початкового рівняння,

$$
\varphi(x) = a'(x - x_1)^2 + b'(x - x_1) + c' + y_1. \tag{3.42}
$$

Звідси

$$
\begin{aligned}
a &= a', \\
b &= b' - 2a'x_1, \\
c &= c' + a'x^2 - b'x_1 + y_1.
\end{aligned}
\tag{3.43}
$$

Правильність обчислень контролюється за допомогою формули

$$
\begin{aligned}
&[y^2] - [y]\left\{ax_1^{\,2} + bx_1 + c + a\chi(n-1)\left(x_1 + \chi\frac{2n-1}{6} + 6\chi\frac{n-1}{2}\right)\right\} - \\
&- \chi[k(n-k)\Delta y](ax_1 + \frac{b}{2}) - a\chi\left(\frac{n-1}{2}[k(n-k)\Delta y_k] - \frac{[kn-k)(n-2k)\Delta y_k]}{}\right) = [\varepsilon\varepsilon]
\end{aligned}
\tag{3.44}
$$

3.5. Побудова математичної моделі квадратичною залежністю, коли C = 0

При цьому

$$y = ax^2 + bx \quad . \qquad (3.45)$$

Початкові рівняння для цього випадку будуть

$$\begin{aligned} &a x_1^{\ 2} + b x_1 - y_1 = \varepsilon_1, \\ &a x_2^{\ 2} + b x_2 - y_2 = \varepsilon_2, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &a x_n^{\ 2} + b x_n - y_n = \varepsilon_n. \end{aligned} \qquad (3.46)$$

Невідомі коефіцієнти a і b визначаються із рішення двох нормальних рівнянь

$$\begin{aligned} &a[x^4] + b[x^3] - [x^2 y] = 0, \\ &a[x^3] + b[x^2] - [xy] = 0. \end{aligned} \qquad (3.47)$$

із яких

$$\begin{aligned} a &= \frac{[yx^2][x^2] - [xy][x^3]}{[x^4][x^2] - [x^3][x^3]}, \\ b &= \frac{[yx][x^4] - [x^2 y][x^3]}{[x^4][x^2] - [x^3][x^3]}. \end{aligned} \qquad (3.48)$$

Коефіцієнт b можна підрахувати і за формулою

$$b = \frac{[xy]}{[x^2]} - a\frac{[x^3]}{[x^2]}. \qquad (3.49)$$

Контрольна формула має вигляд

$$[y^2] - a[x^2 y] - b[xy] = [\varepsilon\varepsilon] \quad . \qquad (3.50)$$

Шукане рівняння запишеться у вигляді

$$\varphi(x) = ax^2 - a\frac{[x^3]}{[x^2]}x + \frac{[xy]}{[x^2]}x \,. \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots(3.51)$$

Зрівноважена крива проходить через точки з координатами

$$(0;\,0), \qquad \left(\frac{[x^3]}{[x^2]}; \frac{[xy][x^3]}{[x^2][x^2]}\right), \qquad \left(\frac{[x^4]}{[x^3]}; \frac{[x^2 y][x^4]}{[x^3][x^3]}\right). \ (3.52)$$

На практиці найшов застосування прийом, який полягає в тому, що праву і ліву частини рівняння (3.45) ділять на x, в результаті чого отримують рівняння першого степеня відносно x

$$q = ax + b\,, \qquad (5.53)$$

де

$$q = \frac{y}{x}\,.$$

Рішення цього рівняння ведеться за формулами прямолінійної залежності.

Початкові рівняння мають вигляд

$$\begin{aligned} &a x_1 + b - q_1 = \eta_1, \\ &a x_2 + b - q_2 = \eta_2, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &a x_n + b - q_n = \eta_n. \end{aligned} \qquad (3.54)$$

При цьому

$$q_1 = \frac{y_1}{x_1}, q_2 = \frac{y_2}{x_2}, ..., q_n = \frac{y_n}{x_n} \quad . \tag{3.55}$$

Система нормальних рівнянь буде

$$\begin{aligned} &a[x^2] + b[x] - [qx] = 0, \\ &a[x] + bn - [q] = 0. \end{aligned} \tag{3.56}$$

Звідки

$$a = \frac{n[qx] - [x][q]}{n[x^2] - [x][x]}, b = \frac{[x^2][q] - [qx][x]}{n[x^2] - [x][x]} \quad ...... \tag{3.57}$$

Коефіцієнт b можна обчислити і за допомогою формули

$$b = \frac{[q]}{n} - a\frac{[s]}{n}. \tag{3.58}$$

Зрівноважене значення функції запишеться

$$q(x) = ax^2 + bx. \tag{3.59}$$

Попередній контроль виконується за формулою

$$[q^2] - a[qx] - b[q] = [\eta\eta]. \tag{3.60}$$

Кінцева контрольна формула має вигляд

$$a(a[x^4] + b[x^3] - 2[qx^3]) + b(a[x^3] - 2[qx^2]) + [q^2x^2] = [\eta\eta xx]. \tag{3.61}$$

При рівновідстоячих значеннях аргумента величини, які входять у формули для визначення коефіцієнтів і в контрольні формули, підраховуються за формулами як і в попередньому випадку.

Підстановка (3.58) в (3.59)

$$\varphi(x) = a\left(x^2 - \frac{[x]}{n}x\right) + \frac{[q]}{n}x \quad . \tag{3.62}$$

дає можливість визначити координати точки, розташованої на експериментальній кривій, які просто виражаються через результати визначень, а саме

$$x = \frac{[x]}{n}; y = \frac{[q][x]}{n^2} \quad . \tag{3.63}$$

Зроблені раніше зауваження відносно небажаності такого перетворення залишаються в силі для цього і для всіх аналогічних випадків.

3.6. Побудова математичної моделі квадратичною залежністю, коли b=0, c=0

При цьому

$$y = ax^2. \tag{3.64}$$

В даному випадку складається одне нормальне рівняння

$$a[x^4] = [x^2y] \quad . \tag{3.65}$$

Із якого слідує

$$a=\frac{[x^2y]}{[x^4]}x^2. \tag{3.66}$$

Ймовірніше значення функції буде

$$\varphi(x)=\frac{[x^2y]}{[x^4]}x^2. \tag{3.67}$$

Експериментальна крива проходить через точки

$$(0;\,0), \qquad \left(1;\frac{[x^2y]}{[x^4]}\right), \qquad \left(\frac{[x^4]}{[x^2y]};1\right) \qquad ....(3.68)$$

Контрольною являється формула

$$[y^2]-a[x^2y]=[\varepsilon\varepsilon]\quad . \tag{3.69}$$

Якщо праву і ліву частини рівняння поділити на x, то отримаємо прямолінійну залежність

$$q=ax\ . \tag{3.70}$$

Коефіцієнт a знаходиться за формулою

$$a=\frac{[qx]}{[x^2]}. \tag{3.71}$$

Попередній контроль виконують за формулою

$$[q^2]-a[qx]=[\eta\eta]. \tag{3.72}$$

Кінцева контрольна формула має вигляд

$$a(a[x^4]-2[qx^2])+[q^2x^2]=[\eta\eta xx]. \qquad .... (3.73)$$

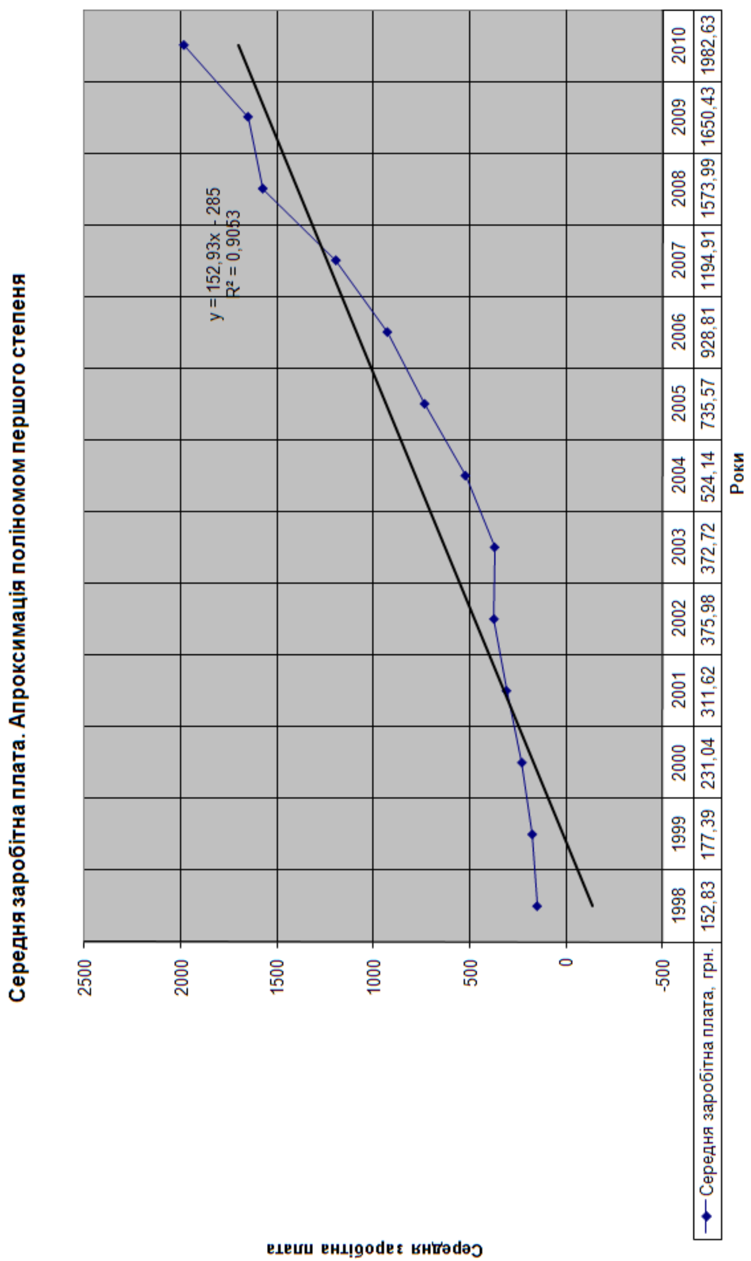
3.7. Практична реалізація побудови моделі

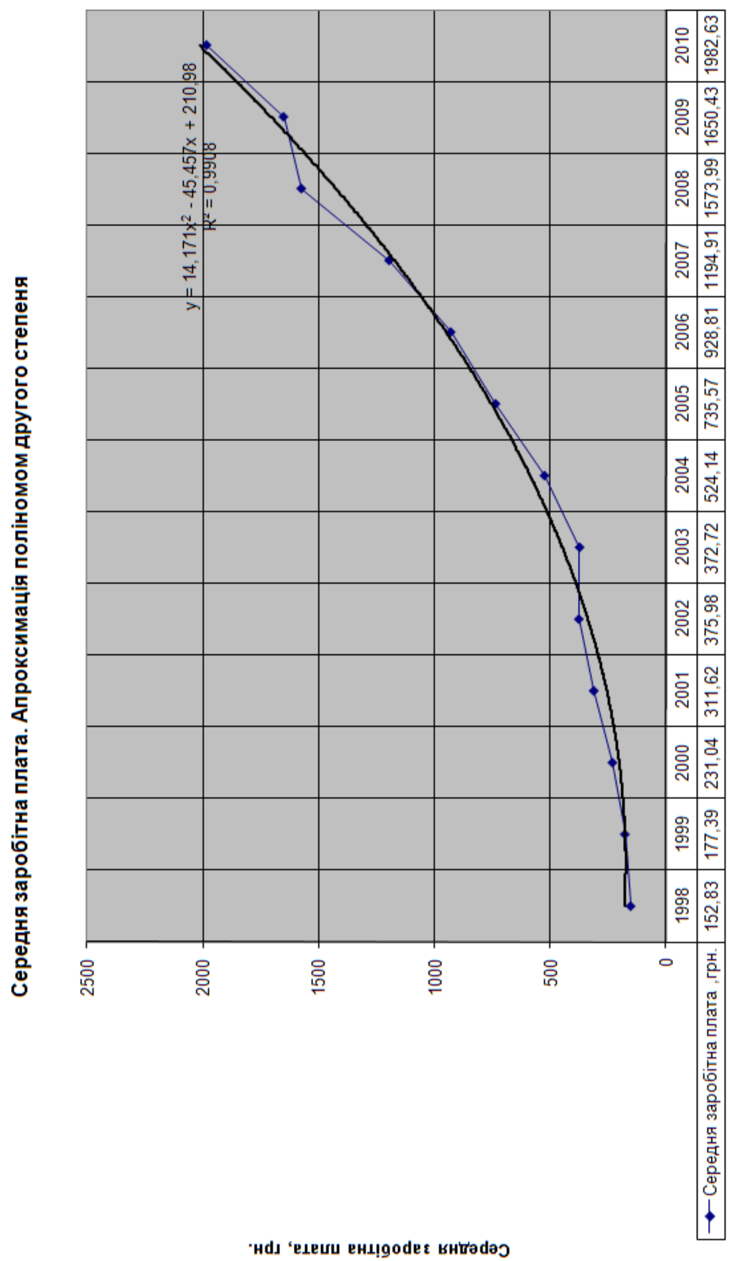
Побудуємо математичну модель залежності купівельної спроможності від середньої заробітної плати, корупції і інфляції за даними, приведеними в табл. 3.1 поліномом другого порядку виду $y=ax^2+bx+c$.

При знаходженні емпіричної формули, як правило, вибирають лише частину вітки параболи, яка кращим чином підходить до даних експерименту.

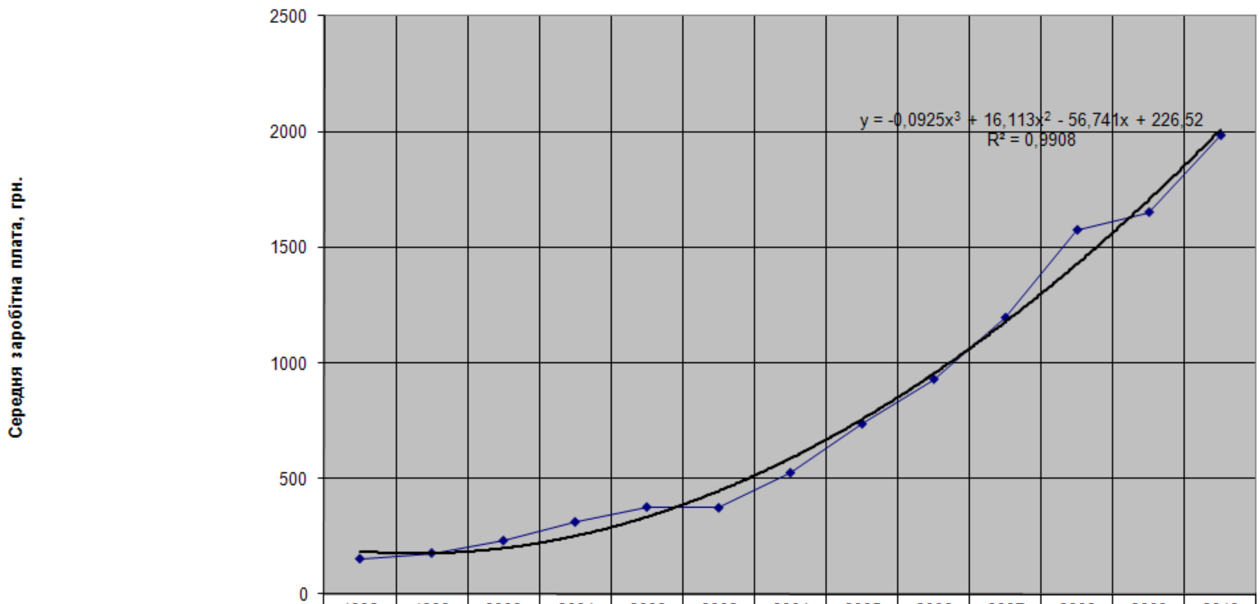
Таблиця 3.1. Купівельна спроможність У, заробітна плата Х

№п/п	Роки	Куп.спром. КСП(У)	Сер.з.плата СЗП(Х)
1	1998	17,68866	152,83
2	1999	20,11089	177,39
3	2000	21,60697	231,04
4	2001	37,17733	311,62
5	2002	49,76956	375,98
6	2003	44,73678	372,72
7	2004	59,83743	524,14
8	2005	90,11909	735,57
9	2006	115,5926	928,81
10	2007	140,3828	1194,91
11	2008	171,5988	1573,99
12	2009	188,4182	1650,43
13	2010	239,1131	**1982,63**


Середня заробітна плата. Апроксимація поліномом першого степеня
y = 152,93x - 285
R² = 0,9053
Середня заробітна плата
Роки
2500
2000
1500
1000
500
0
-500
Середня заробітна плата, грн.
1998 1999 2000 2001 2002 2003 2004 2005 2006 2007 2008 2009 2010
152,83 177,39 231,04 311,62 375,98 372,72 524,14 735,57 928,81 1194,91 1573,99 1650,43 1982,63


Середня заробітна плата. Апроксимація поліномом другого степеня
y = 14,171x² - 45,457x + 210,98
R² = 0,9908
Середня заробітна плата, грн.
Роки
2500
2000
1500
1000
500
0
Середня заробітна плата ,грн.
1998 1999 2000 2001 2002 2003 2004 2005 2006 2007 2008 2009 2010
152,83 177,39 231,04 311,62 375,98 372,72 524,14 735,57 928,81 1194,91 1573,99 1650,43 1982,63

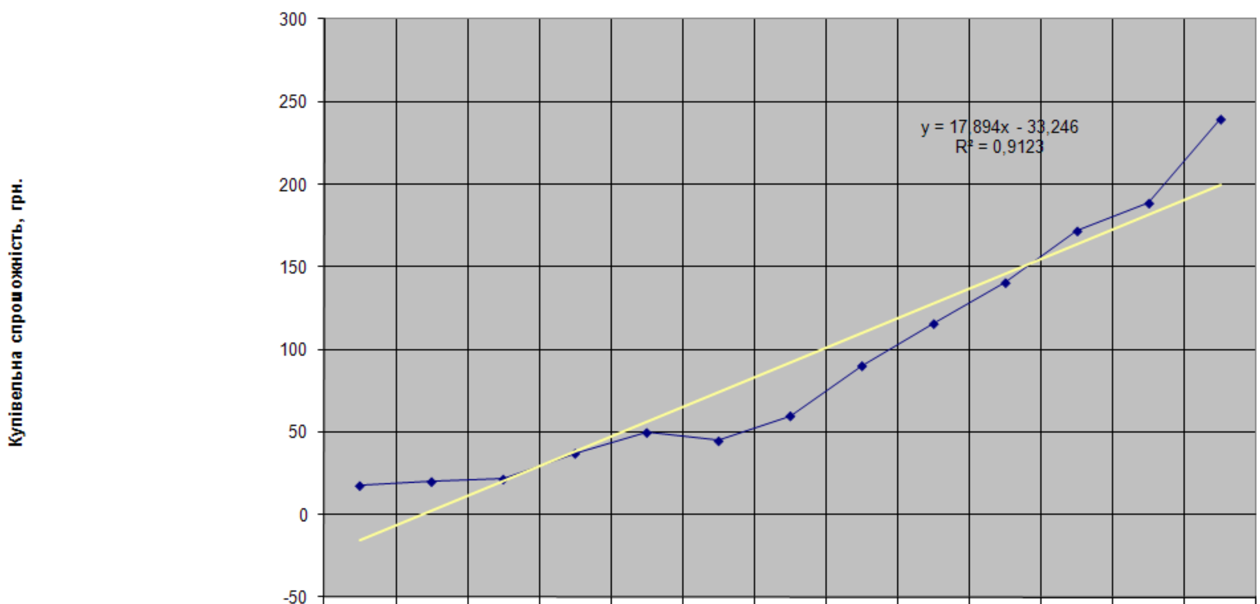
Середня заробітна плата. Апроксимація поліномом третього степеня



	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Середня заробітна плата, грн.	152,83	177,39	231,04	311,62	375,98	372,72	524,14	735,57	928,81	1194,91	1573,99	1650,43	1982,63

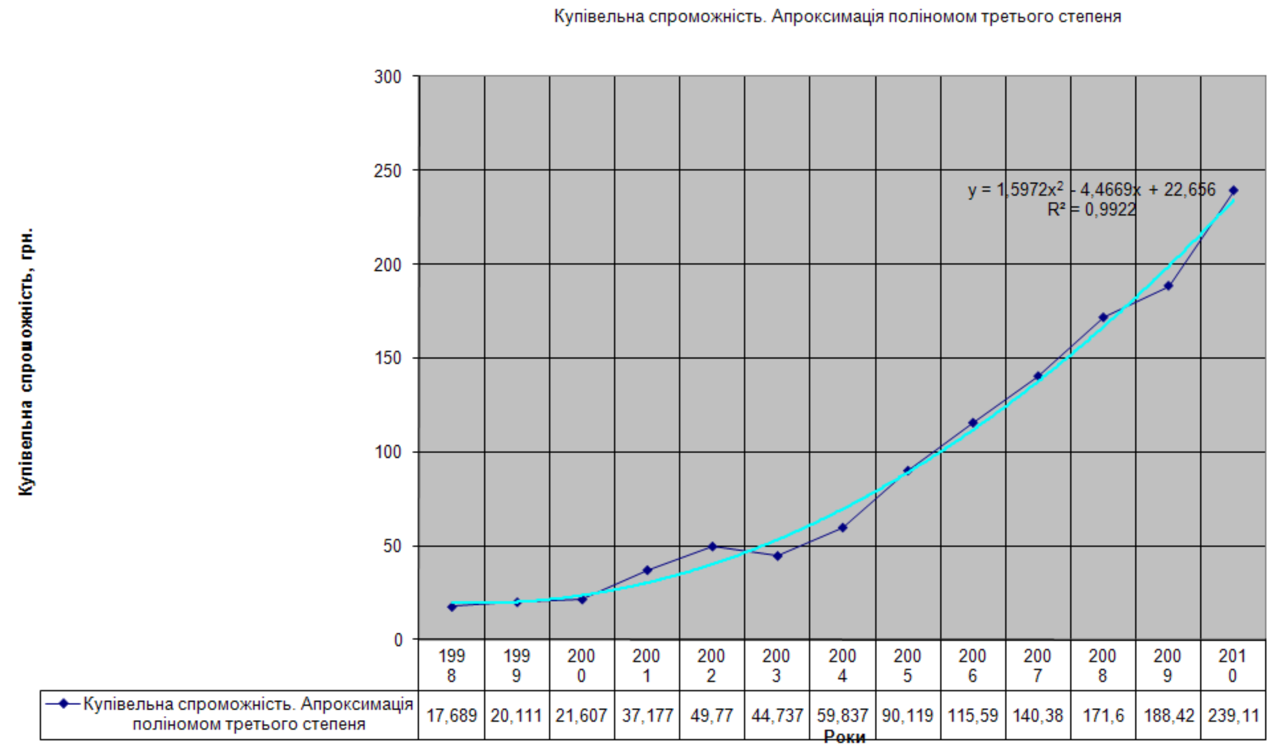
Роки

Купівельна спроможність. Апроксимація поліномом першого степеня

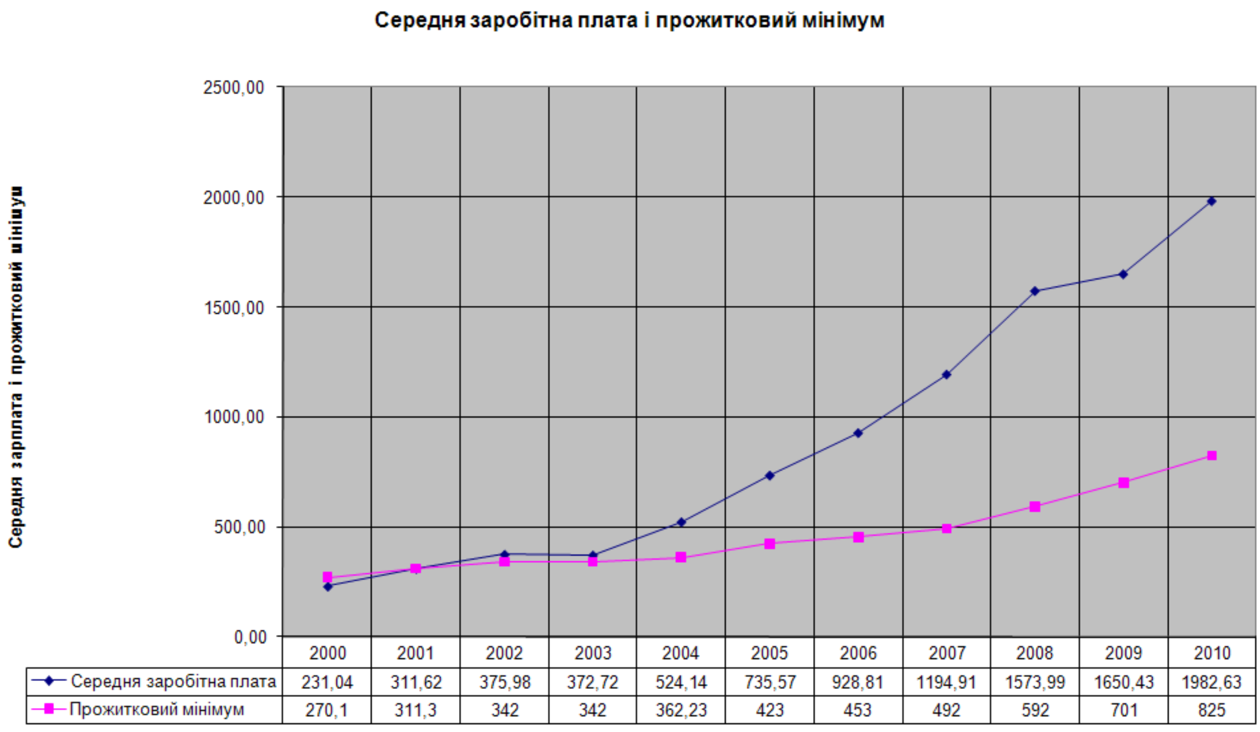


	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Купівельна спроможність, грн	17,6887	20,1109	21,607	37,1773	49,7696	44,7368	59,8374	90,1191	115,593	140,383	171,599	188,418	239,113

Роки

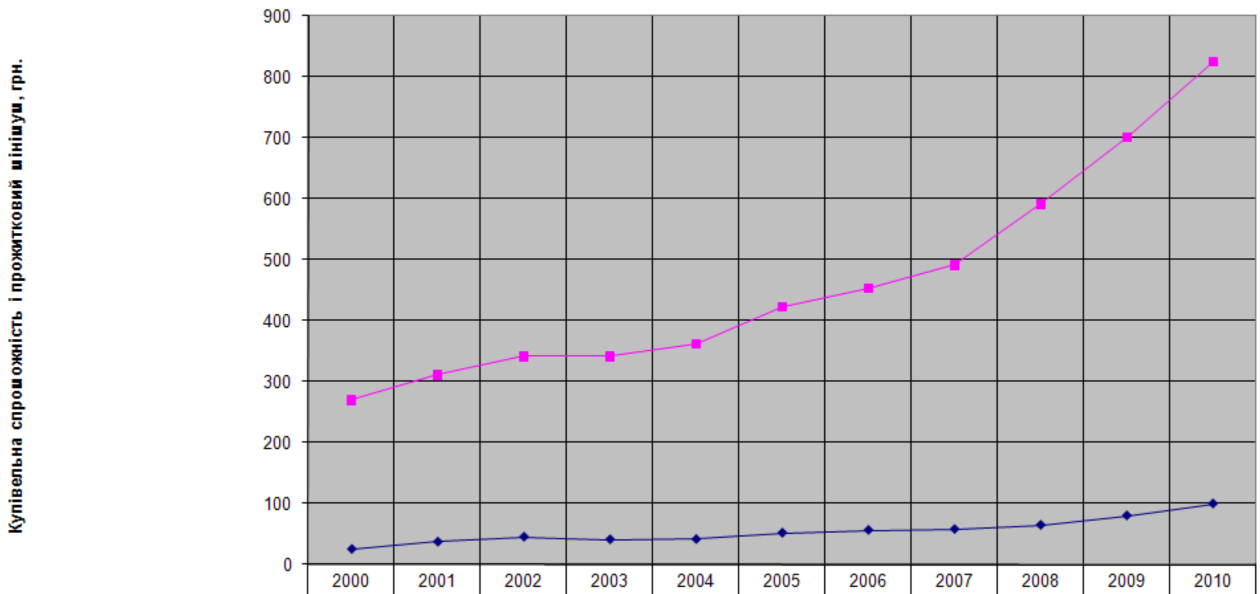


	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Купівельна спроможність. Апроксимація поліномом третього степеня	17,689	20,111	21,607	37,177	49,77	44,737	59,837	90,119	115,59	140,38	171,6	188,42	239,11



	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Середня заробітна плата	231,04	311,62	375,98	372,72	524,14	735,57	928,81	1194,91	1573,99	1650,43	1982,63
Прожитковий мінімум	270,1	311,3	342	342	362,23	423	453	492	592	701	825

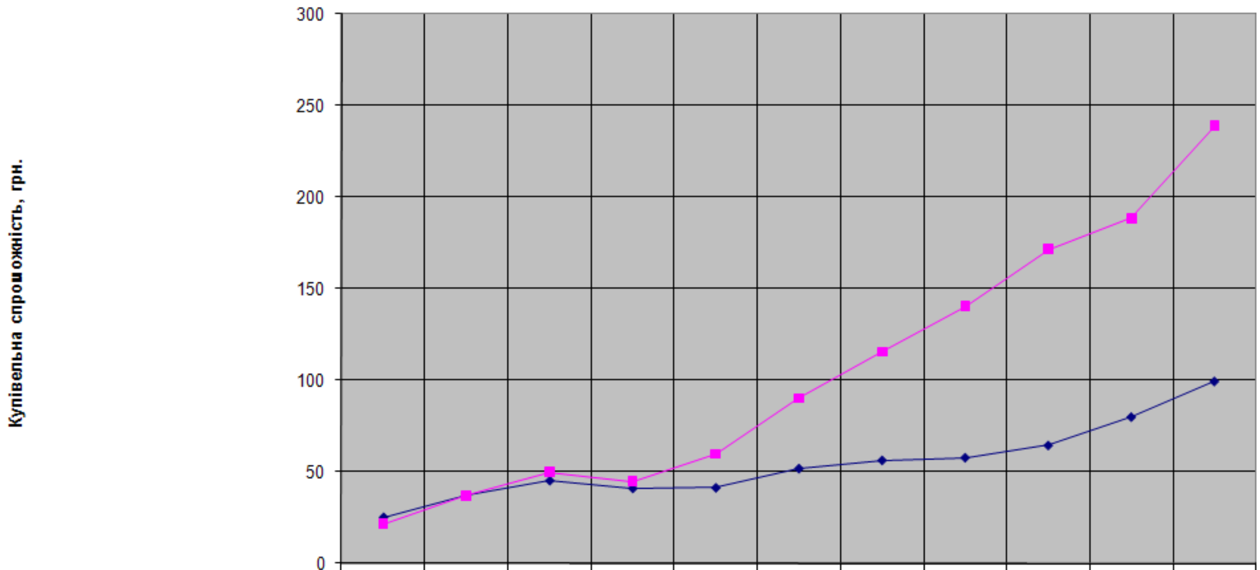
Купівельна спроможність і прожитковий мінімум



	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Купів.спром. по прож.мінім.	25,25952	37,13955	45,27163	41,04952	41,35329	51,82426	56,37694	57,80211	64,54075	80,02831	99,49829
Прожитковий мінімум	270,1	311,3	342	342	362,23	423	453	492	592	701	825

Роки

Купівельна спроможність по прожитковому мінімуму і середній зарплаті



	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Куп.спром.по прож.мін.грн.	25,25952	37,13955	45,27163	41,04952	41,35329	51,82426	56,37694	57,80211	64,54075	80,02831	99,49829
Куп.спром.по середн.зарпл.грн.	21,60697	37,17733	49,76956	44,73678	59,83743	90,11909	115,5926	140,3828	171,5988	188,4182	239,1131

Роки

Таблиця 3.2. Розрахункова таблиця в MS EXCEL

Номер строчки excel →	N…СЗП=Х	O КСП1=У	P XiYi	Q X^2
3	152,83	17,68865741	2703,357512	23357,0089
4	177,39	20,11089319	3567,555139	31468,69037
5	231,04	21,60697029	4992,14644	53381,02188
6	311,62	37,17733052	11585,07581	97104,94694
7	375,98	49,76956034	18712,31782	141360,3338
8	372,72	44,73677893	16674,29224	138920,1984
9	524,14	59,83743179	31363,1915	274722,7396
10	735,57	90,11908554	66288,89575	541063,2249
11	928,81	115,5926424	107363,6022	862688,0161
12	1194,91	140,3827628	167744,767	1427809,908
13	1573,99	171,5988008	270094,7964	2477444,52
14	1650,43	188,4181565	310970,978	2723919,185
15	**1982,63**	239,1130783	474072,7624	3930821,717
Суми 16	10212,06	1196,152149	1486133,738	12724061,51

Продовження таблиці 3.2.

→	R Y^2	S X^3	T X^4	U YX^2
3	312,8886009	3569651,67	545549864,8	413154,1285
4	404,448025	5582362,104	990278473,4	632863,4709
5	466,8611652	12333329,23	2849533497	1153402,154
6	1382,153904	30259519,88	9429370721	3610102,707
7	2477,009137	53148540,49	19982743963	7035441,662
8	2001,379389	51778336,35	19298821523	6214842,205
9	3580,518243	143993176,7	75472583653	16438703,19
10	8121,449579	397989876,3	2,92749E+11	48760123,05
11	13361,65897	801273256,2	7,44231E+11	99720387,33
12	19707,32008	1706104337	2,03864E+12	200439899,6
13	29446,14842	3899472900	6,13773E+12	425126508,6
14	35501,4017	4495637940	7,41974E+12	513235831,3
15	57175,06421	7793365061	1,54514E+13	939910881
16	173938,3014	19394508287	3,2213E+13	2262692140

Робочі формули (3.12), (3.13)

$$
\begin{aligned}
&A = n[x^2]-[x][x] = 61126562{,}117,\\
&\text{при цьому комп' ютерна формула} \quad = \mathrm{M15*Q16 - N16\^{}2},\\
&B = [x][x^2]-n[x^3] = \text{-}1{,}2219\mathrm{E}+11,\\
&\text{при цьому комп' ютерна формула} \quad = \mathrm{N16*Q16 - M15*S16},\\
&C = [x][x^3]-[x^2][x^2] = 3{,}61562\mathrm{E}+13,\\
&\text{при цьому комп' ютерна формула} \quad = \mathrm{N16*S16 - Q16*Q16},\\
&D = [x^2][x^4]-[x^3][x^3] = 3{,}37335\mathrm{E}+19,\\
&\text{при цьому комп' ютерна формула} \quad = \mathrm{Q16*T16 - S16*S16},\\
&E = [x^2][x^3]-[x][x^4] = \text{-}8{,}21844\mathrm{E}+16,\\
&\text{комп' ютерна формула} \quad = \mathrm{Q16*S16 - N16*T16},\\
&F = n[x^4]-[x^2][x^2] = 2{,}56867\mathrm{E}+14,\\
&\text{комп' ютерна формула} \quad = \mathrm{M15*T16 - Q16*Q16}.
\end{aligned}
\tag{3.74}
$$

a=([x^2y]A+[xy]B+[y]C)/(nD+[x]E+[x^2]C)=	-5,27679E-07
b=([x^2y]B+[xy]F+[y]E)/(nD+[x]E+[x^2]C)=	0,117281813
c=([x^2y]C+[xy]E+[y]D)/(nD+[x]E+[x^2]C)=	0,117281813

При цьому комп'ютерні формули будуть

a=(U16*O19+P16*P20+O16*P21)/(M15*P22+N16*P23+Q16*P21),

b=(U16*P20+P16*P24+O16*P23)/(M15*P22+N16*P23+Q16*P21),

c=(U16*P21+P16*P23+O16*P22)/(M15*P22+N16*P23+Q16*P21).

Таким чином на основі проведених розрахунків отримана формула

$$y = -5{,}27679\text{E}-07x^2 + 0{,}117281813x + 0{,}398235929\,. \quad (3.75)$$

Виконаємо контроль зрівноваження за формулою

$$[y^2] - a[yx^2] - b[yx] - c[y] = [\varepsilon\varepsilon]\,. \qquad (3.76)$$

В нашому випадку

Контроль зрівноваження [y^2]-a[yx^2]-b[yx]-c[y]=[VV]	359,46663

В табл. 3.3 $[\varepsilon\varepsilon]$ = 359,4666293

Таблиця 3.3. Результати зрівноваження

→	O КСП1=У	Z Y"зрівн	AA ε=V=Y"-Y	AB V^2=εε
3	17,68865741	18,31009	0,621432971	0,386178937
4	20,11089319	21,18674	1,07584682	1,15744638
5	21,60697029	27,46725	5,860278567	34,34286488
6	37,17733052	36,89396	-0,283367254	0,080297001
7	49,76956034	44,41916	-5,350399038	28,62676987
8	44,73677893	44,03821	-0,698570993	0,488001433
9	59,83743179	61,72536	1,887928113	3,564272559
10	90,11908554	86,38171	-3,737374209	13,96796598
11	115,5926424	108,8755	-6,717108147	45,11954185
12	140,3827628	139,786	-0,596741026	0,356099853
13	171,5988008	183,6913	12,09254054	146,2295368
14	188,4181565	192,5263	4,108147109	16,87687267
15	239,1130783	230,8505	-8,262613455	68,2707811
16	1196,152149	Σ	2,23821E-13	359,4666293

Другим контролем процедури зрівноваження був розрахунок за формулою

=ЛИНЕЙН(O3:O15;X3:Y15;1;1), **(3.77)**

При цьому виділяється необхідний масив і натиском клавіш F2, Ctrl+Shift+Enter отримується результат

a	b	c	F(0,05;2;10)=	4,102821015
-5,27679E-07	0,117282	0,398235929	a,b,c	Коефіц.
6,08638E-06	0,012477	4,521413692	стандарт S	ai=S√dii
0,994372634	5,995554	#Н/Д	R^2	μ
883,5150814	10	#Н/Д	Fкритерій	n-m-1
63518,83765	359,4666	#Н/Д	[(Y'-Ycp)^2]	[VV]
0,086698357	9,400095	0,088077747	t(0,05;10)=	2,228138842

Першим масивом набирається вектор **Y**, який знаходиться в діапазоні O(3:O15)

17,68865741
20,11089319
21,60697029
37,17733052
49,76956034
44,73677893
59,83743179
90,11908554
115,5926424
140,3827628
171,5988008
188,4181565
239,1130783

другим масивом набирається матриця коефіцієнтів початкових рівнянь **X(X3:Y15)**

СЗП=X	X^2
152,83	23357,01
177,39	31468,69
231,04	53381,02
311,62	97104,95
375,98	141360,3
372,72	138920,2
524,14	274722,7
735,57	541063,2
928,81	862688
1194,91	1427810
1573,99	2477445
1650,43	2723919
1982,63	3930822

Порівняння результатів опрацювання експериментальних даних двома різними методами встановлює їх повну автентичність.

Встановлений коефіцієнт детермінації $\mathbf{R^2 = 0.994}$ говорить про високу адекватність побудованої математичної моделі експериментальним даним.

Аналіз моделі за критерієм Фішера-Снедекора

Fкритерій=**883,515,**

F(0.05;2;10)=4.102,

F > **F**(0.05;2;10).

Модель адекватна експериментальним даним.

Аналіз моделі за критерієм Стьюдента

0,086698357	9,400095	0,088077747	t(0,05;10)=	2,228138842
t(a)	t(b)	t (c)		
Статистично незначимі коефіцієнти "a" і "c"				

Статистично значимим є коефіцієнт b

t(b) = 9,4 при t(0.05;10) = 2.28, тобто t(b)> t(0.05;10).

Висновки по розділу 3

1. Приведені теоретичні основи побудови математичної моделі купівельної спроможності громадян в залежності від середньої заробітної плати, на яку значною мірою впливає корупція і інфляція.

2. Розглянута можливість поступального переміщення початку координат в точку арифметичної середини при побудові математичної моделі.

3. Відображена можливість знаходження поправок до наближених значень коефіцієнтів при побудові математичної моделі.

4. Передбачена можливість опрацювання матеріалів при рівновідстоячих значеннях аргументів для побудови математичної моделі.

5. Подані теоретичні основи побудови математичної моделі квадратичною залежністю виду $y=ax^2+в$ при $c=0$.

6. Представлені теоретичні основи побудови математичної моделі квадратичною залежністю виду $y=ax^2$, коли коефіцієнти моделі $в=0$ і $c=0$.

7. Виконана практична реалізація побудови моделі.

8. Вперше виведена емпірична формула залежності купівельної спроможності громадян «**y**» від заробітної плати «**x**» з врахуванням реальних індексів інфляції і корупції за результатами офіційних статистичних даних на протязі 1998...2010 років на Україні

$$y = -5{,}27679\text{E-}07x^2 + 0{,}117281813x + 0{,}398235929..$$

9. Виконаний контроль зрівноваження за формулою

$$[y^2] - a[yx^2] - b[yx] - c[y] = [\varepsilon\varepsilon].$$

10. Повторний контроль побудови математичної моделі здійснено за формулою

=ЛИНЕЙН(O3:O15;X3:Y15;1;1),

11. Встановлений коефіцієнт детермінації $\mathbf{R^2= 0.994}$ говорить про високу адекватність побудованої математичної моделі експериментальним даним.

12. Проведений аналіз моделі за критерієм Фішера-Снедекора. При цьому встановлено

Fкритерій=**883,515,**

F(0.05;2;10)=4.102,

F > **F**(0.05;2;10).

Модель адекватна експериментальним даним.

13. Здійснений аналіз моделі за критерієм Стьюдента

0,086698357	9,400095	0,088077747	t(0,05;10)=	2,228138842
t(a)	t(b)	t (c)		
Статистично незначимі коефіцієнти "a" і "c"				

Встановлено, що статистично значимим є коефіцієнт b
t(b) = 9,4 при t(0.05;10) = 2.28, тобто t(b)> t(0.05;10).

Розділ 4. Оцінка точності результатів при побудові математичної моделі квадратичним поліномом

4.1. Теоретичні основи встановлення середньої квадратичної похибки коефіцієнтів a, b, c математичної моделі

Перейдемо до формули середньої квадратичної похибки коефіцієнтів a, b, c при параболічній залежності другого степеня.

По аналогії із прямолінійною залежністю, після взяття частинних похідних виразів (3.7) по y_i, підведення до квадрату і додавання, отримаємо

$$\left[\left(\frac{\partial a}{\partial y}\right)^2\right] = \frac{n[x^2]-[x][x]}{S}, \tag{4.1}$$

$$\left[\left(\frac{\partial b}{\partial y}\right)^2\right] = \frac{n[x^4]-[x^2][x^2]}{S}, \tag{4.2}$$

$$\left[\left(\frac{\partial c}{\partial Q}\right)^2\right] = \frac{[x^2][x^4]-[x^3][x^3]}{S}, \tag{4.3}$$

Де

$$\begin{aligned} S = {} & n[x^2][x^4]-[x^3][x^3]+[x]([x^2][x^3]-[x][x^4])+ \\ & +[x^2]([x][x^3]-[x^2][x^2]). \end{aligned} \tag{4.4}$$

Після підстановки отриманих значень сум частинних похідних у виразах середніх квадратичних похибок будемо мати

$$\begin{aligned} m_a &= \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3}\cdot\frac{n[x^2]-[x][x]}{S}}, \\ m_b &= \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3}\cdot\frac{n[x^4]-[x^2][x^2]}{S}}, \\ m_c &= \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3}\cdot\frac{[x^2][x^4]-[x^3][x^3]}{S}}. \end{aligned} \tag{4.5}$$

Ці ж формули застосовуються і для випадку, коли коефіцієнти вичислені за допомогою (3.29) шляхом зрівноваження поправок до наближених значень невідомих.

Представляючи середню квадратичну похибку одиниці ваги

$$m = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3}}, \tag{4.6}$$

а обернені ваги зрівноважених коефіцієнтів

$$\sqrt{\frac{1}{p_a}} = \sqrt{\frac{n[x^2]-[x][x]}{S}}, \tag{4.7}$$

$$\sqrt{\frac{1}{p_b}} = \sqrt{\frac{n[x^4]-[x^2][x^2]}{S}}, \tag{4.8}$$

$$\sqrt{\frac{1}{p_c}} = \sqrt{\frac{[x^2][x^4]-[x^3][x^3]}{S}}. \tag{4.9}$$

де ваги коефіцієнтів будуть

$$P_a = \frac{S}{n[x^2]-[x][x]} \quad , \tag{4.10}$$

$$P_b = \frac{S}{n[x^4]-[x^2][x^2]} \quad , \tag{4.11}$$

$$P_c = \frac{S}{[x^2][x^4]-[x^3][x^3]} . \tag{4.12}$$

Середні квадратичні похибки коефіцієнтів, обчислені з приміненням (3.18) визначаються формулами

$$m_a = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3}\cdot\frac{n[x'^2]}{n([x'^2][x'^4]-[x'^3][x'^3])-[x'^2][x'^2][x'^2]}} \tag{4.13}$$

$$m_b = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3}\cdot\frac{n[x'^4]-[x'^2][x'^2]+4\frac{[x]}{n}(n[x'^2]-[x][x'^2])}{n([x'^2][x'^4]-[x'^3][x'^3])-[x'^2][x'^2][x'^2]}} \, , \tag{4.14}$$

$$m_c = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3}\cdot\frac{Q}{n([x'^2][x'^4]-[x'^3][x'^3])-[x'^2][x'^2][x'^2]}} \, , \tag{4.15}$$

Де

$$\begin{gathered} Q=[x'^2][x'^4]-[x'^3][x'^3]+\left(\frac{[x]}{n}\right)^2\left(n[x'^4]-[x'^2][x'^2]\right)+ \\ +2\left(\frac{[x]}{n}\right)^2([x][x'^3]-[x'^2][x'^2])+[x'^2]\frac{[x]}{n}\left(\frac{[x]^3}{n^2}-2[x]\right) \end{gathered} . \tag{4.16}$$

При рівновідстоячих значеннях аргумента формули середніх квадратичних похибок набувають виду

$$m_a = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3}\cdot\frac{180}{\chi^4 n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2)}} \, ,$$

$$m_b = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3}\cdot\frac{12\{60x_1{}^2+60x_1\chi(n-1)+\chi^2(2n-1)(8n-11)}{\chi^4 n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2)}} \, , \tag{4.17}$$

$$m_c = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3}\cdot\frac{T}{\chi^4 n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2)}} \, ,$$

Де

$$\begin{gathered} T=3\{60x_1{}^4+120x_1\chi(n-1)+12x_1{}^2\chi^2(7n^2-15n+7)+ \\ +12x_1\chi^3(n-1)(n-2)(2n-1)+ \\ +\chi^4(n-1)(n-2)(3n^2-3n+2)+12x_1\chi 3(n-1). \end{gathered} \tag{4.18}$$

Ці ж формули застосовують для підрахунку середніх квадратичних похибок коефіцієнтів, виражених через кінцеві різниці (3.40).

При

$$y = ax^2 + bx \quad . \tag{4.19}$$

формули середніх квадратичних похибок

$$\begin{gathered} m_a = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-2}\cdot\frac{[x^2]}{[x^4][x^2]-[x^3][x^3]}}, \\ m_b = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-2}\cdot\frac{[x^4]}{[x^4][x^2]-[x^3][x^3]}}. \end{gathered} \tag{4.20}$$

В тому випадку, коли обчислення коефіцієнтів ведеться за формулами (3.57), середні квадратичні похибки визначаються за формулами

$$m_a = \sqrt{\frac{[\eta\eta]}{n-2} \cdot \frac{n}{n[x^2]-[x][x]}} \quad , \qquad (4.21)$$

$$m_b = \sqrt{\frac{[\eta\eta]}{n-2} \cdot \frac{[x^2]}{n[x^2]-[x][x]}} \quad . \qquad (4.22)$$

Величина η підраховуються за формулами (3.54)

Для квадратичної залежності

$$y = ax^2 \qquad (4.23)$$

середня квадратична похибка коефіцієнта дається формулою

$$m_a = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-1} \cdot \frac{1}{[x^4]}} \quad . \qquad (4.24)$$

Якщо значення коефіцієнта а підраховувалось із формули (3.71)

$$a = \frac{[qx]}{[x^2]},$$

то середня квадратична похибка вказаного коефіцієнта

$$m_a = \sqrt{\frac{[\eta\eta]}{n-1} \cdot \frac{1}{[x^2]}} \quad . \qquad (4.25)..$$

4.2.. Практична реалізація

Необхідно виконати оцінку точності визначених коефіцієнтів a, b, c в побудованій нами математичній моделі в розділі 3.

Знайдемо середню квадратичну похибку одиниці ваги

$$\mu = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3}} = \sqrt{\frac{359{,}4666293}{10}} = 5{,}996..$$

Тобто, на основі проведених нами теоретичних і експериментальних досліджень, середня квадратична похибка одиниці ваги складає шість не корумпованих гривень.

Розрахуємо ваги коефіцієнтів

$$S = n([x^2][x^4]-[x^3][x^3]) + [x]([x^2][x^3]-[x][x^4]) + [x^2]([x][x^3]-[x^2][x^2]) = \\ = 5{,}93159\mathrm{E}+19.$$

При цьому комп'ютерна формула розрахунку має вигляд

=M15*P22+N16*P23+Q16*P21.

Тобто

S = nD + [x]E + [x^2]c = Δ

і є визначник системи нормальних рівнянь.

Вага (степінь довір'я до функції) встановленого нами коефіцієнта а при x^2 буде

$$P_a = \frac{S}{n[x^2]-[x][x]} = \frac{5{,}93159\mathrm{E}+19}{61126562{,}117} = 9{,}70378\mathrm{E}+11.$$

Комп'ютерна формула розрахунку ваги коефіцієнта «а» має вигляд

=T19/O19.

Вага коефіцієнта «в» розраховується за формулою

$$P_b = \frac{S}{n[x^4]-[x^2][x^2]} = \frac{S}{F}.$$

І в нашому випадку

Pb=S/F=230920,1098.

Вага коефіцієнта «с»

$$P_c = \frac{S}{n[x^4][x^2]-[x^3][x^3]} = \frac{S}{D}.$$

І в нашому випадку

Pc=S/D=1,758369286.

Середні квадратичні похибки зрівноважених коефіцієнтів будуть

$$m_a = \mu\sqrt{\frac{1}{P_a}} = 5{,}995553597\sqrt{\frac{1}{9{,}70378\mathrm{E}+11}} = 6{,}08638\mathrm{E}-06.$$

,

$$m_b = \mu\sqrt{\frac{1}{P_b}} = \frac{5{,}995553597}{\sqrt{230920{,}1098}} = 0{,}012476662.,$$

$$m_c = m\sqrt{\frac{1}{P_c}} = \frac{5{,}995553597}{\sqrt{1{,}758369286}} = 4{,}521413692..$$

Таким чином, для поліному

$$y = ax^2 + bx + c, \quad тобто$$

$$y = -5{,}27679\mathrm{E}-07x^2 + 0{,}117281813x + 0{,}398235929$$

середні квадратичні похибки отриманих коефіцієнтів будуть $m_a = 6{,}086E-0.6$, $m_b = 0.0125$, $m_c = 4.521$.

Контрольні визначення функцією ЛИНЕЙН дають повністю автентичні результати

-5,27679E-07	0,117282	0,398235929
6,08638E-06	0,012477	4,521413692
0,994372634	5,995554	#Н/Д
883,5150814	10	#Н/Д
63518,83765	359,4666	#Н/Д

У програмованому мікрокалькуляторі CITIZEN SRP-350 приведена програма [$5x^2$], яка повністю реалізує дану проблему

4.3. Теоретичні основи розрахунку середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції квадратичного поліному

Середня квадратична похибка зрівноваженої функції підраховується за формулою

$$m_\varphi = \sqrt{m_4^2\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2\right]} \quad , \tag{4.26}$$

де

$$m_y^2 = \frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3} \quad , \tag{4.27}$$

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y_i}\right)^2 &= \left(\frac{\partial}{\partial y_i}x^2 + \frac{\partial b}{\partial y_i}x + \frac{\partial c}{\partial y_i}\right)^2 = \\ &= \left(\frac{\partial a}{\partial y_i}\right)^2 x^4 + \left(\frac{\partial b}{\partial y_i}\right)^2 x^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial y_i}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial a}{\partial y_i}\cdot\frac{\partial b}{\partial y_i}\right)x^3 + \\ &+ 2\left(\frac{\partial b}{\partial y_i}\cdot\frac{\partial c}{\partial y_i}\right)x^2 + 2\left(\frac{\partial b}{\partial y_i}\cdot\frac{\partial c}{\partial y_i}\right)x.\end{aligned} \tag{4.28}$$

Після знаходження сум цієї рівності отримаємо

$$\begin{aligned}\left[\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2\right] &= \left[\left(\frac{\partial a}{\partial y}\right)^2\right]x4 + \left[\left(\frac{\partial b}{\partial y}\right)^2\right]x2 + \left[\left(\frac{\partial c}{\partial y}\right)^2\right] + \\ &+ 2\left[\frac{\partial a}{\partial y}\cdot\frac{\partial b}{\partial y}\right]x^3 + 2\left[\frac{\partial a}{\partial y}\cdot\frac{\partial c}{\partial y}\right]x^2 + 2\left[\frac{\partial b}{\partial y}\cdot\frac{\partial c}{\partial y}\right]x.\end{aligned} \tag{4.29}$$

Підставляючи (4.27), (4.28), (4.29) в (4.26), будемо мати

$$m\varphi = \sqrt{m_a^2x^4 + m_b^2x^2 + m_c^2 + 2\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3}\left\{\left[\frac{\partial a}{\partial y}\cdot\frac{\partial b}{\partial y}\right]x^3 + \left[\frac{\partial a}{\partial y}\cdot\frac{\partial c}{\partial y}\right]x^2 + \left[\frac{\partial b}{\partial y}\cdot\frac{\partial c}{\partial y}\right]x\right\}}. \tag{4.30}$$

Розкриваючи вирази, які стоять у фігурних дужках, після виконання всіх дій, отримаємо

$$\begin{aligned}\left[\frac{\partial a}{\partial y}\cdot\frac{\partial b}{\partial y}\right]x^3 &= \frac{1}{S}\left([x][x^2] - n[x^3]\right)x^3, \\ \left[\frac{\partial a}{\partial y}\cdot\frac{\partial c}{\partial y}\right]x^2 &= \frac{1}{S}\left([x][x^3] - [x^2][x^2]\right)x^2, \\ \left[\frac{\partial b}{\partial y}\cdot\frac{\partial c}{\partial y}\right]x &= \frac{1}{S}\left([x^3][x^2] - [x][x^4]\right)x.\end{aligned} \tag{4.31}$$

Таким чином, кінцевий результат розрахунку середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції при поліномі другої степені буде мати вигляд

$$m_\varphi = \sqrt{m_a^2x^4 + m_b^2x^2 + m_c^2 + 2\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3}\frac{E}{S}}\,, \tag{4.32}$$

де

$$\begin{aligned}E'' &= ([x][x^2] - n[x^3])x^3 + ([x][x^3] - \\ &-[x^2][x^2])x^2 + ([x^2][x^3] - [x][x^4])x,\end{aligned} \tag{4.33}$$

$$\begin{aligned}\Delta = S &= n([x^2][x^4] - [x^3][x^3]) + [x]([x^2][x^3] - \\ &-[x][x^4]) + [x^2]([x][x^3] - [x^2][x^2]).\end{aligned} \tag{4.34}$$

Для випадку перетворень за допомогою переносу початку координат в точку $x' = x - \frac{[x]}{n}$ формула (4.32) перетвориться у

$$m_\varphi = \sqrt{m_a^2 x^4 + m_b^2 x^2 + m_c^2 + 2\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3}\frac{E'}{S'}}, \qquad (4.35)$$

Де

$$E' = (-n[x'^3] - 2[x][x'^2])x^3 + ([x][x'^2] + \\ + [x'^2]\frac{[x]^3}{n^2} - [x'^2])x^2 + ([x'^2][x'^3] - [x][x'^4])x, \qquad (4.36)$$

$$S' = n([x'^2][x'^4] - [x'^3][x'^3]) + [x'^2][x'^2][x'^2]. \qquad (4.37)$$

При рівновідстоячих значеннях аргумента величини E і S будуть мати вигляд

$$E = -360\{2x_1 + \chi(n-1)\}x^3 + 60\{6x_1{}^2\chi(n-1) + \\ + \chi^2(n-1)(n-2)\}x^2 - 36\{20x_1{}^3 + 30x_1{}^2\chi(n-1) + \\ + 2x_1\chi^2(7n^2 - 15n + 7) + \chi^3(n-1)(n-2)(2n-1)\}x. \qquad (4.38)$$

$$S = \chi^4 n(n-1)(n+1)(n-2)(n+2). \qquad (4.39)$$

Ці формули також застосовні при вираженні шуканих коефіцієнтів a, b, c через кінцеві різниці.

Для того, щоб проаналізувати формулу середньої квадратичної похибки (4.35), придамо їй дещо інший вигляд.

Для цього виразимо c із (3.7) через коефіцієнти a і b

$$c = \frac{[y]}{n} - b\frac{[x]}{n} - a\frac{[x^2]}{n} \qquad (4.40)$$

і підставимо його у (3.8)

$$\varphi(x) = a\left(x^2 - \frac{[x^2]}{n}\right) + b\left(x - \frac{[x]}{n}\right) + \frac{[y]}{n}. \qquad (4.41)$$

У цій формулі залежними величинами від результатів експерименту, являються a, b і $\frac{[y]}{n}$. Знаходячи середню квадратичну похибку цього виразу по наведеним вище правилам і маючи на увазі, що

$$\frac{\partial\frac{[y]}{n}}{\partial y_i} = \frac{1}{n}; \qquad \left[\left(\frac{\partial\frac{[y]}{n}}{\partial y}\right)^2\right] = \frac{1}{n}, \qquad (4.42)$$

отримаємо після всіх дій і перетворень

$$m_\varphi = \frac{\sqrt{m_a^2\left(x^2 - \frac{[x^2]}{n}\right)^2 + m_b^2\left(x - \frac{[x]}{n}\right)^2 + m_{\frac{[y]}{n}}^2 +}}{+2\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3}\frac{([x][x^2] - n[x^3])(x^2 - \frac{[x^2]}{n})(x - \frac{[x]}{n})}{S}}, \qquad (4.43)$$

Де

$$S = n([x^2][x^4] - [x^3][x^3]) + [x]([x^2][x^3] - [x][x^4]) + \\ + [x^2]([x][x^3] - [x^2][x^2]), \qquad (4.44)$$

$$m^2_{\frac{[y]}{n}} = \frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n(n-3)}.$$

Розглядаючи цей вираз, бачимо, що при значеннях x рівному $\sqrt{\frac{[x^2]}{n}}$, похибка коефіцієнта a не впливає на величину середньої квадратичної похибки функції.

В даному випадку

$$m_\varphi = \sqrt{m_b^2\left(x - \frac{[x]}{n}\right)^2 + m^2_{\frac{[Q]}{n}}} \quad . \tag{4.45}$$

При значеннях x рівному $\frac{[x]}{n}$, на величину середньої квадратичної похибки функції не впливає похибка коефіцієнта

$$m_\varphi = \sqrt{m_a^2 + \left(x2 - \frac{[x2]}{n}\right) + m^2_{\frac{[y]}{n}}} \quad . \tag{4.46}$$

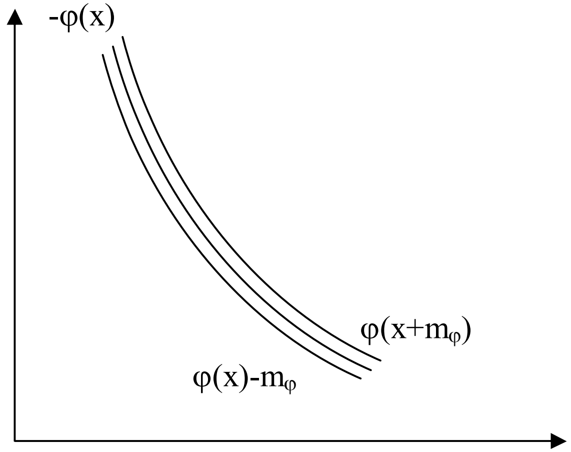


Рис.4.1. Зона розсіювання функції $\varphi(x) = ax^2 + bx + c$

Таким чином, при одному із зазначених в середній частині інтервалу спостережень, середня квадратична похибка функції отримує мінімальне значення, збільшуючись до кінців інтервалу і за межами його.

Зона розсіювання обмежується кривими, які проходять через точки з абсцисами $\sqrt{\frac{[x^2]}{n}}$ і $\frac{[x]}{n}$.

$$\varphi(x) = ax^2 + bx + c \pm m_\varphi, \tag{4.47}$$

де m_φ виражається формулою (4.46) (рис.4.1)

У випадку квадратичної залежності (3.45)

$$\varphi(x) = ax^2 + bx \tag{4.48}$$

середня квадратична похибка виражається формулою

$$m_\varphi = \sqrt{m_a^2 x^4 + m_b^2 x^2 - 2\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3}\cdot\frac{[x^3]}{[x^4][x^2]-[x^3][x^3]}x^3} \quad . \tag{4.49}$$

При перетворенні рівняння до прямолінійної залежності шляхом ділення правої і лівої частини (4.48) на x

$$q = ax + b,$$

формули середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції

$$m_q = \sqrt{m_a^2 x^2 + m_b^2 - 2\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-2}\cdot\frac{[x]}{n[x^2]-[x][x]}x},$$

$$m_\varphi = m_q x. \tag{4.50}$$

Для випадку

$$y = ax^2, \qquad (4.51)$$

формула середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції

$$m_\varphi = \sqrt{\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-1} \cdot \frac{x^4}{[x^4]}} \quad . \qquad (4.52)$$

Якщо для рішення задачі застосовувалася формула

$$q = ax, \qquad (4.53)$$

То

$$m_q = \sqrt{\frac{[\eta\eta]}{n-1} \cdot \frac{x^2}{[x^2]}}, \qquad (4.54)$$

$$m_\varphi = m_q x. \qquad (4.55)$$

4.4. Практична реалізація оцінки точності зрівноваженої функції

Підрахувати середню квадратичну похибку зрівноваженої функції

y=ax^2+bx+c,або

$$y = -5{,}27679\text{E}-07x^2 + 0{,}117281813x + 0{,}398235929$$

для всіх випадків рівняння апроксимуючої функції.

Рішення

Середню квадратичну похибку функції будемо розраховувати за формулою

$$m_\varphi = \sqrt{m_a^2 x^4 + m_b^2 x^2 + m_c^2 + 2\frac{[\varepsilon\varepsilon]}{n-3}\frac{E}{S}},$$

Де

$$E = ([x][x^2] - n[x^3])x^3 + ([x][x^3] - \\ -[x^2][x^2])x^2 + ([x^2][x^3] - [x][x^4])x,$$

$$S = n([x^2][x^4] - [x^3][x^3]) + [x]([x^2][x^3] - \\ -[x][x^4]) + [x^2]([x][x^3] - [x^2][x^2]).$$

Раніше, в п.4.2 нами були встановлені середні квадратичні похибки зрівноважених коефіцієнтів

$$m_a = 6{,}086E - 0.6,\ m_b = 0.0125,\ m_c = 4.521.$$

Там же був визначений параметр S = 5,93159E+19 , який є не чим іншим як визначником системи нормальних рівнянь.

Таблиця 6.1.**Розрахунок середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції**

Роки	Середня заробітн. плата X(грн.)	Кпівельна спроможність У(грн..) з врах.корупції і інфляції	Похибка моделі m_φ (грн.)
1998	152,83	17,68866	3,06115
1999	177,39	20,11089	2,87409
2000	231,04	21,60697	2,52125
2001	311,62	37,17733	2,15455
2002	375,98	49,76956	2,01506
2003	372,72	44,73678	2,01889
2004	524,14	59,83743	2,12322
2005	735,57	90,11909	2,64795
2006	928,81	115,5926	2,98706
2007	1194,91	140,3828	3,01623
2008	1573,99	171,5988	2,78200
2009	1650,43	188,4182	2,91437
2010	**1982,63**	239,1131	5,02999
n=13;Σ			

Комп'ютерна формула для розрахунку зрівноваженої функції купівельної спроможності громадян України буде

У=($U$23*T3+$U$24*Q3+$U$25+2*($AB$21^2)*($P$20*S3+$P$21*Q3+$P$23*N3)/$T$19)^0,5. (4.56)

Як видно із табл.. 6.1, при середній заробітній платі у 1998 році в 152,83 гривні, реальна купівельна спроможність громадян України складала всього 17,68 гривні в місяць.

При цьому середня квадратична похибка побудованої математичної моделі становила 3,06 гривні.

У 2007 році при середній заробітній платі в 1194,91 гривні, реальна купівельна спроможність громадян України складала всього 140,38 гривні в місяць.

При цьому середня квадратична похибка побудованої математичної моделі становила 3,02 гривні.

А в 2010 році при середній заробітній платі в 1982,63 гривні, реальна купівельна спроможність громадян України складала всього 239,11 гривні в місяць.

При цьому середня квадратична похибка побудованої математичної моделі становила 5,03 гривні.

В даному випадку, не корумповані 239,11 гривні 2010 року дуже близькі до корумпованих 231,04 гривні 2000 року.

І, як в кожному серйозному академічному дослідженні, нам залишається лише привести контроль розрахунку середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції.

При цьому матриця коефіцієнтів початкових рівнянь **X** має вигляд

1	152,83	23357,0089
1	177,39	31468,6904
1	231,04	53381,0219
1	311,62	97104,9469
1	375,98	141360,334
1	372,72	138920,198
1	524,14	274722,74
1	735,57	541063,225
1	928,81	862688,016
1	1194,91	1427809,91
1	1573,99	2477444,52
1	1650,43	2723919,18
1	**1982,63**	3930821,72

Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь $\mathbf{N=X^TX}$

13	10212,06333	12724061,5
10212,0633	12724061,51	1,9395E+10
12724061,5	19394508287	3,2213E+13

Комп'ютерна формула встановлення матриці коефіцієнтів нормальних рівнянь

=МУМНОЖ((ТРАНСП(AF3:AH15));AF3:AH15) (4.57)

Обернена матриця $\mathbf{Q=N^{-1}}$

0,56870875	-0,00138554	6,0955E-07
-0,0013855	4,3305E-06	-2,06E-09
6,0955E-07	-2,06E-09	1,0305E-12

Комп'ютерна формула встановлення оберненої матриці

=МОБР(AF22:AH24) (4.58)

Допоміжна матриця **Q'=XQ**

0,37119417	-0,00077182	3,188E-07
0,34210406	-0,00068216	2,7655E-07
0,28112779	-0,00049497	1,8862E-07
0,19614237	-0,00023612	6,7698E-08
0,13394164	-4,856E-05	-1,9282E-08
0,13696995	-5,7648E-05	-1,5082E-08
0,00995057	0,000318326	-1,8706E-07
-0,1206451	0,000685267	-3,4813E-07
-0,1923391	0,000859552	-4,1476E-07
-0,2165589	0,000847757	-3,8055E-07
-0,1019804	0,000327134	-7,9767E-08
-0,0576514	0,000150424	1,6766E-08
0,2177444	-0,00089718	5,7618E-07

Комп'ютерна формула розрахунку допоміжної матриці **Q'**

=МУМНОЖ(AF3:AH15;AF28:AH30). (4.59)

Обернена вага зрівноваженої функції обчислюється як добуток двох векторів построчно

$$\frac{1}{\underset{1x1}{Py'}} = \underset{1xm}{X}\ \underset{mx1}{Q}{}'\,TP. \qquad (4.60)$$

Комп'ютерна формула розрахунку обернених ваг зрівноважених функцій

=МУМНОЖ(AF3:AH3;(ТРАНСП(AF33:AH33))) (4.70)

Вектор обернених ваг зрівноваженої функції

1/P(y)
0,260682516
0,229795961
0,176837063
0,129138161
0,112958291
0,113388293
0,125409204
0,195057454
0,248215589
0,253087977
0,21530552
0,236281789
0,703842181

1/P(y)^0,5
0,510571
0,47937
0,42052
0,359358
0,336093
0,336732
0,354132
0,441653
0,498212
0,503079
0,46401
0,486088
0,838953

Розраховуються середні квадратичні похибки зрівноваженої функції зрівноваженої функції

$$\ldots\ldots\ldots \qquad m_{Y'} = \mu_0\sqrt{\frac{1}{P_{Y'}}}\,. \qquad (4.71)$$

Середня квадратична похибка (стандарт) одиниці ваги μ (мю)

$$\mu = \sqrt{\frac{\sum_{1}^{n} V_{1xn} V_{nx1}}{n-m-1}}\,, \qquad (4.72)$$

де n- число років, у нас-13, m-степінь поліному, унас -2; тобто

n-m-1=10.

Вектор середніх квадратичних похибок зрівноваженої функції буде (рядом приведені дані попередніх розрахунків)

m(y)контр.	m(Y)
3,061154	3,06115
2,874091	2,87409
2,52125	2,52125
2,15455	2,15455
2,015062	2,01506
2,018893	2,01889
2,123215	2,12322
2,647955	2,64795
2,987059	2,98706
3,016234	3,01623
2,781998	2,78200
2,914368	2,91437
5,029988	5,02999

Представляє інтерес побудови математичної моделі купівельної спроможності українців поліномом третього степеня.

Дану проблему вдалось вирішити за допомогою функції ЛИНЕЙН. Комп’ютерна формула при цьому

=ЛИНЕЙН(O3:O15;AC3:AE15;1;1) (4.73)

При цьому виділяється необхідний масив і натиском клавіш F2, Ctrl+Shift+Enter отримується результат

Апроксимація кубічним поліномом Функція ЛИНЕЙН (по X;X^2;X^3)					
a	b	**c**	d	F(0,05;3;9)	3,86254
2,632E-08	-8,248E-05	0,186049	-12,68148	a,b,c,d	Коефіц.
9,026E-09	2,8472E-05	0,025391	5,637707	стандарт S	ai=S√dii
0,997107	4,53114	#Н/Д	#Н/Д	R^2	μ
1034,089	9	#Н/Д	#Н/Д	Fкритерій	n-m-1

63693,52	184,7818	#Н/Д	#Н/Д	[(Y'-Yср)^2]	[VV]
2,9168901	-2,897106	7,327291	-2,24940	t(0,05;9)=	2,262157

Першим масивом набирається вектор **Y**, який знаходиться в діапазоні О(3:О15)

17,68865741
20,11089319
21,60697029
37,17733052
49,76956034
44,73677893
59,83743179
90,11908554
115,5926424
140,3827628
171,5988008
188,4181565
239,1130783

другим масивом набирається матриця коефіцієнтів початкових рівнянь **X(AC3:AE15)**

СЗП=X	X^2	X^3
152,83	23357,009	3569651,67
177,39	31468,690	5582362,104
231,04	53381,022	12333329,23
311,62	97104,947	30259519,88
375,98	141360,334	53148540,49
372,72	138920,198	51778336,35
524,14	274722,740	143993176,7
735,57	541063,225	397989876,3
928,81	862688,016	801273256,2
1194,91	1427809,908	1706104337

1573,99	2477444,520	3899472900
1650,43	2723919,185	4495637940
1982,63	3930821,717	7793365061

Таким чином, нами вперше отримана математична модель залежності купівельної спроможності жителів України від середньої заробітної плати з врахуванням корупції і інфляції у вигляді кубічного поліному

$$Y' = 2.632E-0.8X^3 - 8.248E-0.5X^2 + 0.186049X - 12.68148. \quad (4.74)$$

Встановлений коефіцієнт детермінації **R^2= 0.997** (при апроксимації квадратичним поліномом **R^2= 0.994),** що говорить про високу адекватність побудованої математичної моделі експериментальним даним

За критерієм Стьюдента всі коефіцієнти можна вважати статистично значимими.

2,9168901	-2,897106	7,327291	-2,24940	t(0,05;9)=	2,262157
t(a)	t(b)	t(c)	t(d)		

Середні квадратичні похиби встановлених нами коефіцієнтів забезпечують високу точність самих коефіцієнтів

9,026E-09	2,8472E-05	0,025391	5,637707
m(a)	m(b)	m(c)	m(d)

За критерієм Фішера-Снедекора F критерій дорівнює 1034,089 (при F=883.52 апроксимованої моделі квадратичним поліномом).

Середня квадратична похибка одиниці ваги μ=4,53 при μ=5,995 в апроксимованій моделі квадратичним поліномом.

Тобто, апроксимація кубічним поліномом зменшує середню квадратичну похибку одиниці ваги на 1,5 гривни.

Накінець, нам залишається перевірити дію шостої теореми, яку ми вивели в книзі 1 по конструюванню математичних моделей.

Ми стверджуємо:

Теорема 6. Якщо в емпіричні значення функції Y ввести абсолютні похибки зрівноваження, поділені на корінь квадратний із відповідної ваги функції, взяті із попереднього зрівноваження, то значно поліпшуються оцінки і характеристики в порівнянні з характеристиками попередньої моделі і отримана нова модель буде близькою до попередньої, що обумовлює адекватність її застосування.

Будуємо математичну модель при Y=Y+V/P^0.5

Вектор У з введеними абсолютними похибками зрівноваження, поділеними на корінь квадратний із відповідної ваги функції, взятої із попереднього зрівноваження

Y"=Y+V/P^0,5
18,00594292
20,62662229
24,07133459
37,07550023
47,97133038
44,50154788
60,50600683
88,46846266
112,2460958
140,0825552
177,2098636
190,4150785
232,1811337

Комп'ютерна формула побудови математичної моделі квадратичним поліномом з врахуванням матеріалів попереднього зрівноваження (тобто представленого вище вектора Y"=Y+V/P^0,5.

=ЛИНЕЙН(AM3:AM15;AG3:AH15;1;1). (4.75)

При цьому вектором Y''(AM3:AM15) представлені приведені вище значення. Діапазоном **X(AG3:AH15)** представлена матриця коефіцієнтів початкових рівнянь

152,83	23357,0089
177,39	31468,6904
231,04	53381,0219
311,62	97104,9469
375,98	141360,334
372,72	138920,198
524,14	274722,74
735,57	541063,225
928,81	862688,016
1194,91	1427809,91
1573,99	2477444,52
1650,43	2723919,18
1982,63	3930821,72

Контроль розрахунків функцією ЛИНЕЙН
Функція ЛИНЕЙН (по X;X^2)

a	b	c	F(0,05;2;10)=	4,102821
-2,24412E-06	0,119896	-0,19007	a,b,c	Коефіц.
2,93756E-06	0,006022	2,182239	стандарт S	ai=S√dii
0,998664864	2,893726	#Н/Д	R^2	μ
3739,936276	10	#Н/Д	Fкритерій	n-m-1
62633,81716	83,73648	#Н/Д	[(Y'-Ycp)^2]	[VV]
-0,763938967	19,91034	-0,0871	t(0,05;10)=	2,228139

Конструювання моделі

Таким чином, нами отримана зконструйована математична модель купівельної спроможності громадян України поліномом другого степеня за матеріалами повторного зрівноваження

$$Y'' = -2.24412E - 0.6X^2 + 0.119896X - 0.19007. \qquad (4.76)$$

При цьому коефіцієнт детермінації R^2=0.99866 при R^2=0.99437 в попередній моделі. Середня квадратична похибка одиниці ваги склала μ=2,89 гривні при μ=5,995 в попередній моделі, тобто середня квадратична похибка одиниці ваги зменшилась на 3,1 гривні. Критерій Фішера F=3739,936276, при F=883.52 в попередній моделі.

Середні квадратичні похибки зрівноважених коефіцієнтів

2,93756E-06	0,006022	2,182239
m(a)	m(b)	m(c)

при середніх квадратичних похибках у попередній моделі

6,08638E-06	0,012477	4,521413692
m(a)	m(b)	m(c)

Тобто**,** значно збільшилась точність знайдених коефіцієнтів математичної моделі. Звичайно, дещо змінилися і самі коефіцієнти моделі.

Статистична значимість конструйованої моделі по критерію Стьюдента

-0,763938967	19,91034	-0,0871	t(0,05;10)=	2,228139
t(a)	t(b)	t(c)		

при статистичній значимості попередньої моделі

0,086698357	9,400095	0,088077747	t(0,05;10)=	2,228138842
t(a)	t(b)	t(c)		

Статистична значимість коефіцієнта b зросла в 19,91/9,40=2,1 рази, коефіцієнти a і c, як і раніше, виявилися статистично не значимими.

Висновки по розділу 4

1. Розроблені теоретичні основи встановлення середньої квадратичної похибки коефіцієнтів a, b, c математичної моделі.

2. Проведена практична реалізація по встановленню середніх квадратичних похибок побудованої математичної моделі.

$$m_a = 6{,}086E - 0.6\,,\; m_b = 0.0125\,,\; m_c = 4.521\,.$$

3. Розроблені теоретичні основи розрахунку середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції квадратичного поліному.

4. Проведена практична реалізація оцінки точності зрівноваженої функції

.**Розрахунок середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції**

Роки	Середня заробітн. плата X(грн.)	Кпівельна спроможність У(грн..) з врах.корупції і інфляції	Похибка моделі m_φ (грн.)
1998	152,83	17,68866	3,06115

1999	177,39	20,11089	2,87409
2000	231,04	21,60697	2,52125
2001	311,62	37,17733	2,15455
2002	375,98	49,76956	2,01506
2003	372,72	44,73678	2,01889
2004	524,14	59,83743	2,12322
2005	735,57	90,11909	2,64795
2006	928,81	115,5926	2,98706
2007	1194,91	140,3828	3,01623
2008	1573,99	171,5988	2,78200
2009	1650,43	188,4182	2,91437
2010	**1982,63**	239,1131	5,02999
n=13;Σ			

5. Розроблено два методи розрахунку середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції, які дають повністю автентичні результати

m(y)контр.	m(Y)
3,061154	3,06115
2,874091	2,87409
2,52125	2,52125
2,15455	2,15455
2,015062	2,01506
2,018893	2,01889
2,123215	2,12322
2,647955	2,64795
2,987059	2,98706
3,016234	3,01623
2,781998	2,78200
2,914368	2,91437
5,029988	5,02999

6. Побудована математична модель купівельної спроможності українців поліномом третього степеня.

$$Y' = 2.632E - 0.8X^3 - 8.248E - 0.5X^2 + 0.186049X - 12.68148. \quad (4.74)$$

7. Перевірена і доказана теорема 6.

Теорема 6. Якщо в емпіричні значення функції Y ввести абсолютні похибки зрівноваження, поділені на корінь квадратний із відповідної ваги функції, взяті із попереднього зрівноваження, то значно поліпшуються оцінки і характеристики в порівнянні з характеристиками попередньої моделі і отримана нова модель буде близькою до попередньої, що обумовлює адекватність її застосування.

8. Нами отримана зконструйована математична модель купівельної спроможності громадян України поліномом другого степеня за матеріалами повторного зрівноваження

$$Y'' = -2.24412E - 0.6X^2 + 0.119896X - 0.19007. \quad (4.76)$$

9.Встановлено, що коефіцієнт детермінації R^2=0.99866 при R^2=0.99437 в попередній моделі. Середня квадратична похибка одиниці ваги склала μ=2,89 гривні при μ=5,995 в попередній моделі, тобто середня квадратична похибка одиниці ваги зменшилась на 3,1 гривні. Критерій Фішера F=3739,936276, при F=883.52 в попередній моделі, що і буде доказом теореми 6.

Розділ 5. Математична модель корупції і заробітної плати

5.1. Математична модель корупції

. 5.1.1 Корупція 1 роду. Становище влади і суспільства

Корупція 1 роду або гіперкорупція – це відношення купівельної спроможності депутатів і вищих посадових осіб держави до середньої купівельної спроможності громадян держави

$$KK1 = \frac{КСУ}{КСГ}, \qquad (5.1)$$

де $KK1$- коефіцієнт корупції 1 роду; $КСУ$ - купівельна спроможність урядовців; $КСГ$ - купівельна спроможність громадян.

Корупція 1 роду - це узаконена в даній країні державна корупція. І рівень цієї корупції встановлюється урядом конкретної держави. Вона є першопричиною і породжує корупцію 2 роду. Корупцію 1 роду намагаються приховати від народу.

Так, якщо купівельна спроможність депутатів (а в першому наближенні це буде їхня заробітна плата і пільги, передбачені урядом держави), становить 50000 грн. в місяць, а середня купівельна спроможність громадян (в першому наближенні їхня заробітна плата) становить 2000 грн. в місяць, то коефіцієнт корупції буде становити

$$KK1 = \frac{50000}{2000} = 25 \ раз.$$

Тобто, коефіцієнт корупції сягає 2500%.

. Державу, в якій є корупція 1 роду, в якій народ існує для влади, а не влада для народу, назвемо олігархічною, тобто при наявності гіперкорупції 1 роду в державі, вона буде державою олігархів.

5.1.2 Корупція 2 роду. Динаміка корупції суспільства

Корупція 2 роду - це відношення купівельної спроможності громадян даної країни при нульовій корупції в державі (тобто, коли її не було), до реальної купівельної спроможності громадян в даній країні на даний час

$$KK2 = \frac{КСГ0}{КСГФ}, \qquad (5.2)$$

де $KK2$ - коефіцієнт корупції 2 роду: $КСГ0$- купівельна спроможність громадян при нульовому рівні корупції (тобто, коли її немає); $КСГФ$- фактична купівельна спроможність громадян на даний час.

Так, наприклад, якщо 1 кг. картоплі стояв 0,50 коп. при нульовому рівні корупції, а на даний час її ціна 5 грн., то коефіцієнт корупції 2 роду буде 10, що складає 1000%.

Корупція 2 роду- це нерегулюєма корупція, яка на виду у всіх, так звана явна корупція. І хоча вона породжена корупцією 1 роду, вона існує незалежно від неї і намагається стрімко наздоганяти свою попередницю.

Математично корупцію 1 і 2 роду цілком можна змоделювати на основі відомих статистичних даних.

5.1.3. Корупція 3 роду. Гіперкорупція адміністративного ресурсу

Корупція 3 роду розраховується як відношення купівельної спроможності окремого чиновника, який отримує хабара, взятку, підношення в індивідуальному порядку за використання свого службового положення до купівельної спроможності рядового громадянина даної держави, який таких підношень не отримує, але живе в даній державі поряд з тим же чиновником

$$KK3 = \frac{КСПЧ}{КСПГ}, \qquad (5.3)$$

де $KK3$ - коефіцієнт корупції 3 роду; $КСПЧ$ - купівельна спроможність чиновника в результаті отримання взятки; $КСПГ$ - купівельна спроможність громадян.

Корупція 3 роду діє індивідуально і втаємничено, представити її математично можливо лише за наявності реальних даних - суми взятки, підкупу, шахрайства, рейдерської атаки, тощо.

Мільярдером став Черновецький за рахунок корупції 3 роду, Лазаренко та інші.

Офіційно з корупцією 3 роду держава намагається боротись, або робить вигляд , що бореться. Рівень корупції 1 роду вона сама встановлює. Корупцію 2 роду в олігархічній державі врегулювати неможливо. Олігархічна держава проводить чітку межу між властьімущими з одного боку і пересічними громадянами – з другого.

Для громадянського суспільства, в якому всі громадяни рівні в правах, в тому числі і в майнових, влада існує для народу, громадян держави. В такій державі не може бути корупції 1 роду. Корупція 2 роду може мати місце в невеликих межах. Але від корупції 3 роду не може бути застраховане жодне суспільство.

. В тоталітарних режимах комуністичного або фашистського толку офіційно відсутня корупція 1 і 2 роду, але інтереси народу , також, не враховуються, тому, що, в першу чергу, враховуються інтереси держави, а не її громадян. В даному

випадку влада існує для забезпечення інтересів держави, а не її громадян.

Такі режими не можуть мати майбутнього. Не можуть мати майбутнього і олігархічні режими.

Лише держави, у яких влада забезпечує, в першу чергу, інтереси кожного громадянина, має майбутнє, тому що кожний громадянин буде готовий захистити інтереси такої держави.

Висновки по 5.1

1. Вперше встановлено поняття корупції 1 роду КК1 як відношення купівельної спроможності урядовців і депутатів до купівельної спроможності населення.

2. Показано, що корупція 1 роду встановлюється урядом олігархічної держави.

3. Вперше встановлюється поняття корупції 2 роду КК2 як відношення купівельної спроможності населення при нульовому рівні корупції і фактичному її рівні.

4. Доказано, що корупція 2 роду визвана наявністю корупції 1 роду і не піддається врегулюванню.

5. Вперше введено поняття корупції 3 роду КК3 як відношення купівельної спроможності владних структур , в результаті взяток і підкупу, шахрайства за використання свого службового положення в особистих корисних цілях, до купівельної спроможності населення.

6. Показано, що в умовах олігархічної держави проводиться різка межа водорозділу народу і владних структур. Народ існує для влади , а не влада для народу.

7. Окреслюються контури громадянського суспільства, в якому всі громадяни рівні, в тому числі і в майнових правах, де влада повинна бути для народу, а не народ для влади.

8. Аналізуються тоталітарні режими комуністичного і фашистського толку, в яких ігноруються інтереси громадян, де населення країни існує для держави, а не держава для народу.

9. Лише держави, у яких влада забезпечує , в першу чергу, інтереси кожного громадянина, мають майбутнє.

5.2. Математична модель заробітної плати

Згідно Фундаментального Закону Всесвіту (ФЗВ) – закону рівноваги і гармонії, в застосуванні до забезпечення життєдіяльності людини, запишемо

$$ЗПГ = СЗП \cdot КД \cdot КІР, \qquad (5.4)$$

де $ЗПГ -$ заробітна плата громадянина; $СЗП -$ середня заробітна плата; $КД -$ коефіцієнт духовності; $КІР -$ коефіцієнт інтенсивності праці і ризику.

Тобто, заробітна плата громадянина дорівнює середній заробітній платі, помноженій на коефіцієнт духовності даної людини і коефіцієнт інтенсивності і ризику того чи іншого виду виконуваної роботи.

Коефіцієнт духовності $КД$ в першому наближенні представимо як коефіцієнт інтелекту, або коефіцієнт розумової праці $КІ$.

Коефіцієнт інтенсивності і ризику в першому наближенні представимо як коефіцієнт фізичної праці $КФП$.

. Застосувавши Фундаментальний Закон Всесвіту (ФЗВ) до реалій матеріального світу, формула (1) набуде вигляду

$$ЗПГ = СЗП \cdot КІ \cdot КФП. \qquad (5.5)$$

Тобто, заробітна плата громадянина дорівнює середній заробітній платі в державі, помноженій на коефіцієнт інтелекту і коефіцієнт фізичної праці.

. Коефіцієнт інтелекту $КІ$ вимірюється від 0,1 до 1, тобто, 0,1; 0,2; 0,3,...,0,9; 1,0.

Коефіцієнт фізичної праці $КФП$ вимірюється від 1 до 10.

. Нехай, заробітна плата громадянина $ЗПГ$ дорівнює середній заробітній платі $СЗП$, тоді формулу (5.4) представимо у вигляді

$$КФП = \frac{1}{КІ}\,, \qquad (5.6)$$

або

$$КІ = \frac{1}{КФП}\,. \qquad (5.7)$$

Встановивши функціональний зв'язок між коефіцієнтом розумової і фізичної праці при $ЗПГ = СЗП$, представимо таблицю відповідності рівня розумової і фізичної праці.

Таблиця відповідності розумової і фізичної праці

№п/п	Коефіцієнт інтелекту КІ	Коефіцієнт фізичної праці КФП	$КІ \cdot КФП$
1	2	3	4
1	0,1	10,00	1
2	0,2	5,00	1

3	0,3	3,33	1
4	0,4	2,50	1
5	0,5	2,00	1
6	0,6	1,67	1
7	0,7	1,43	1
8	0,8	1,25	1
9	0,9	1,11	1
10	1	1,00	1

. Чи може бути заробітна плата одного громадянина більшою від заробітної плати другого в 10 раз і чи не буде це коефіцієнтом корупції ?

Якщо інтелектуальний потенціал першого громадянина становить 1, а інтелектуальний потенціал другого становить 0,1, то заробітна плата першого буде

$$ЗП1 = \frac{ІП1}{ІП2} \cdot ЗП2 = \frac{1}{0,1} \cdot ЗП2 = 10 \cdot ЗП2 \,. \qquad (5.8)$$

Але при цьому у першого громадянина повинно бути в десять раз більше опубліковано книг, в десять раз більше створено наукових шкіл, в десять раз більше він повинен принести авторських свідоцтв і в десять раз набути більшого визнання народу держави.

Таких людей в державі можуть бути одиниці.

На нашу думку, найбільше відношення найбільшої заробітної плати до найменшої може бути в 4-5 разів. Але якщо заробітна плата в 50 або 100 разів більша,- це прояв злочинної корупції.

Для розвинутих цивілізованих країн Західної Європи це співвідношення не перевищує 5, для не правової держави воно може досягати 10.

Якщо в країні цей коефіцієнт більший 10 – це виявляє гіперкорупцію і злочинність в даній державі.

Для людини з середнім рівнем інтелекту

$$ЗП_{ср.} = СЗП \cdot 0,5 \cdot 1 = 0,5СЗП. \qquad (5.9)$$

Якщо ця людина в своїй роботі вкладає 0,5 одиниці розумової праці і 2 одиниці фізичної праці, тоді

$$ЗП = СЗП \cdot 0,5 \cdot 2 = СЗП. \qquad (5.10)$$

Заробітна плата професора, який забезпечує 1 одиницю розумової праці і 3,33 одиниці дисциплінованості, нервової напруги, матиме заробітну плату

$$ЗП_{проф.} = СЗП \cdot 1 \cdot 3,33 = 3,33 \cdot СЗП. \qquad (5.11)$$

. В корумпованій країні заробітна плата розраховується за формулою

$$ЗП_{корумп.} = СЗП \cdot КІ \cdot КФП \cdot КК \quad , \qquad (5.12)$$

тобто, заробітна плата в корумпованій державі $ЗП_{корумп.}$ дорівнює середній заробітній платі $СЗП$, помноженій на коефіцієнт інтелекту $КІ$, коефіцієнт фізичної праці $КФП$ і коефіцієнт корупції $КК$.

Коефіцієнт корупції в корумпованій країні розраховується за формулою

$$КК = \frac{ЗП_{корумп.}}{СЗП \cdot КІ \cdot КФП} \;. \qquad (5.13)$$

Якщо в корумпованій країні заробітна плата становить 50 середніх заробітних плат, при найбільшому рівні інтелекту, рівному одиниці і коефіцієнті фізичної праці, рівному 2, за формулою (10) отримаємо

$$KK = \frac{50}{1 \cdot 1 \cdot 2} = 25 \ .$$

Тобто, коефіцієнт корупції становить 2500%.

Висновки по 5.2

1. На основі Фундаментального Закону Всесвіту – закону рівноваги і гармонії в застосуванні до забезпечення життєдіяльності людини встановлена формула розрахунку заробітної плати громадянина як добуток середньої заробітної плати в країні на коефіцієнт духовності і коефіцієнт інтенсивності праці і ризику.

2. В першому наближенні коефіцієнт духовності представлений як коефіцієнт інтелекту (коефіцієнт розумової праці), а коефіцієнт інтенсивності праці і ризику представлений як коефіцієнт фізичної праці.

3. Коефіцієнт інтелекту або коефіцієнт розумової праці встановлено вимірювати від 0,1 до 1, тобто 0,1; 0,2; 0,3;...; 0,9; 1.

4. Пропонується коефіцієнт фізичної праці вимірювати від 1 до 10.

5. Приводиться таблиця відповідності розумової і фізичної праці.

6. Дається формула співвідношення інтелектуальних потенціалів і заробітних плат.

7. Вказано, що для цивілізованих правових країн Західної Європи відношення найбільшої заробітної плати до найменшої не перевищує 5 раз.

8. Робиться висновок, що якщо в країні це співвідношення більше 10, це виявляє гіперкорупцію і злочинність в даній державі.

9. Приводиться формула розрахунку коефіцієнту корупції.

Літературні джерела

1.Як у світі живуть на одну пенсію. Рівне вечірнє, №31 (1714), 29.04.2010, - с.17.
2. Бурий О. Бідність як стан українського суспільства. Рівне вечірнє, №31 (1714), 29.04.2010, - с.6.
3. Корупція в Україні. Пенсійна газета, №3 (81), Харків, березень 2010, - с.5.
4. Європа восени чекає звіту України про боротьбу з корупцією. Рівне вечірнє, №19 (1702), 16.03.2010, - с.2.
5. Кабмін Азарова побив європейські рекорди. Рівне вечірнє, №19 (1702), 16.03.2010, - с.2.
6. Світовий банк: економіка України може не відновитися. Рівне вечірнє, №19 (1702), 16.03.2010, - с.2.
7. Найтовщі гаманці у команді Миколи Азарова. Рівне вечірнє, №19 (1702), 16.03.2010, - с.2.
8. Літнарович Р.М., Літнарович І.М. Побудова і дослідження математичної моделі успішного функціонування держави. Порівняльний аналіз. МЕГУ, Рівне, 2009,- 19 с. http://essuir.sumdu.edu.ua/handle/123456789/2718.
9. Літнарович Р.М. Коефіцієнт добробуту народу як рівень національної безпеки держави. МЕГУ, Рівне, 2010.-62 с. http://essuir.sumdu.edu.ua/handle/123456789/2720.
10. Літнарович Р.М. До обговорення пенсійної реформи. Приватний погляд. МЕГУ, Рівне, 2010.- 12 с. http://essuir.sumdu.edu.ua/handle/123456789/2741.
11. Літнарович Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Множинний аналіз. Частина 1. МЕГУ, Рівне, 2009.- 127 с. http://essuir.sumdu.edu.ua/handle/123456789/2800.
12. Літнарович Р.М. Основи наукових досліджень.Курс лекцій. Частина 2. МЕГУ, Рівне, 2010.-112с. http://essuir.sumdu.edu.ua/handle/123456789/2901.
13. Советский энциклопедический словарь. /Гл.ред. А.М.Прохоров. – С56 3-е изд.-М.:Сов.Энциклопедия. 1985.- 1000с., ил.

Руслан Миколайович Літнарович,
доцент, кандидат технічних наук

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ КОРУПЦІЇ І ІНФЛЯЦІЇ НА КУПІВЕЛЬНУ СПРОМОЖНФСТЬ ГРОМАДЯН УКРАЇНИ

Наукове видання

Комп'ютерний набір, верстка – дизайн у редакторі Microsoft® Office 2003® Р.М.Літнарович

Книга написана за матеріалами роботи наукової фізико-математичної школи МЕГУ

Міжнародний економіко-гуманітарний університет ім. академіка С. Дем'янчука

Кафедра математичного моделювання
33027,м.Рівне,Україна
Вул.акад. С.Дем'янчука,4, корпус 1
Телефон:(+00380) 362 23-73-09
Факс:(+00380) 362 23-01-86
E-mail:mail@regi.rovno.ua